Departamento de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Camino de los Descubrimientos s/n
41092 Sevilla

FÍSICA I, GIC, CURSO 2019/20

BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 4: MOVIMIENTO EN 2D Y 3D

1. Calcula la velocidad, la rapidez, la aceleración, el desplazamiento diferencial (o elemental) y las curvas que definen las trayectorias en los movimientos descritos por las leyes horarias siguientes

   a) $\vec{r}(t) = R\cos(\omega t)\,\vec{\imath} + R\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\vec{\jmath}$, con R y ω constantes.

   b) $\vec{r}(t) = A\cos\alpha\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\vec{\imath} + A\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\vec{\jmath}$, con A, ω y α constantes.

   c) $\vec{r}(t) = At\,\vec{\imath} + Bt^2\,\vec{\jmath}$, con A y B constantes.

   d) $\vec{r}(t) = \dfrac{A(T^2 - t^2)}{T^2 + t^2}\,\vec{\imath} + \dfrac{2ATt}{T^2 + t^2}\,\vec{\jmath}$, con A y T constantes.

   e) $\vec{r}(t) = R\cos(\omega t)\,\vec{\imath} + R\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\vec{\jmath} + h\omega t\,\vec{k}$, con R, h y ω constantes.

2. Una partícula se mueve con un vector velocidad $\vec{v}(t) = At\,\vec{\imath} + B\,\vec{\jmath}$, siendo A y B constantes. En el instante inicial se encontraba en el origen del sistema de referencia. Determina el vector de posición $\vec{r}(t)$.

3. Determina el movimiento de un proyectil disparado con una velocidad inicial v_0 y un ángulo α con la horizontal. El proyectil está sometido a la acción de la gravedad. Calcula el radio de curvatura en el punto más alto de su trayectoria. Para un valor fijo de v_0, determina que ángulo de tiro garantiza el máximo alcance para el proyectil.

4. Una partícula P se mueve respecto a un sistema de referencia cartesiano $OXXYZ$ de manera que en un cierto instante t_0 su velocidad y su aceleración vienen dadas por los vectores:

   $$\vec{v}_0 = \vec{\imath} + \sqrt{3}\,\vec{k} \qquad\qquad \vec{a}_0 = \vec{\imath} + \sqrt{5}\,\vec{\jmath} - \sqrt{3}\,\vec{k}.$$

   Las componentes están medidas en $\mathrm{m/s}$ y $\mathrm{m/s^2}$, respectivamente. En el instante considerado, calcula

   a) La rapidez de la partícula y su derivada.

   b) La componente normal de la aceleración y el radio de curvatura de la trayectoria.

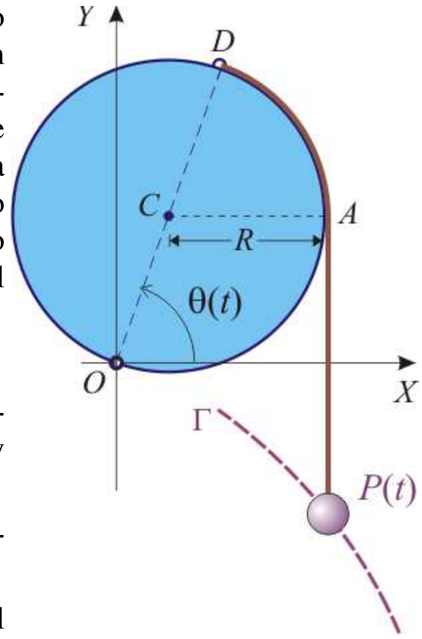
   c) El vector aceleración normal.

   d) El triedro intrínseco.

   e) La localización del centro de curvatura si en ese instante la partícula se halla en el origen.

5. La Tierra rota uniformemente con respecto a su eje con velocidad angular ω constante. Encuentra en función de la latitud λ, la velocidad y la aceleración de un punto sobre la superficie terrestre, debidas a dicha rotación (radio de la Tierra: $R = 6.37 \times 10^6$ m.)

6. El mecanismo de la figura consiste en un disco de radio R, siempre contenido en el plano vertical OXY, que se mueve girando alrededor de un punto de su perímetro que coincide con el origen O del sistema de referencia. El movimiento del disco está descrito por la ley horaria $\theta(t)$ para el ángulo indicado en la figura. Se supone que $\theta(0) = 0$. En el punto D hay conectada una cuerda flexible e inextensible de longitud $L = \pi R$ que, cuando el disco gira, se va enrollando sobre su contorno, finalizando el proceso cuando $\theta = \pi$. Además, un punto material pesado P hace que el tramo de cuerda no enrollado siempre penda verticalmente.



   a) Obtén la ecuación paramétrica de la trayectoria Γ.
   b) El extremo D del diámetro realiza un movimiento circular uniforme, siendo su aceleración $8R\omega_0^2$. ¿Cómo es la ley horaria $\theta(t)$?
   c) Calclula la velocidad de la partícula P y su aceleración tangencial.
   d) Calcula el radio de curvatura de la trayectoria de P en el punto inicial.

7. Expresa en forma parámetrica e implícita las siguientes curvas
   a) El eje OY.
   b) Una circunferencia de radio a, contenida en el plano XY y con centro en el origen.
   c) Una parábola contenida en el plano YZ y con ecuación $z = y^2$.

8. Sea la hélice Γ descrita en un sistema de referencia cartesiano $OXYZ$ por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\Gamma \equiv \vec{r} = \vec{r}(\theta) \begin{cases} x(\theta) = R\cos\theta \\ y(\theta) = R\,\mathrm{sen}\,\theta \\ z(\theta) = h\theta \end{cases}$$

   donde R y h son constantes conocidas.
   a) Determina la longitud de la curva (el parámetro arco) en función del parámetro θ.
   b) Obtén los vectores del triedro intrínseco en cada punto de dicha curva.
   c) Calcula su radio de curvatura.