

FÍSICA I, GIC, CURSO 2018/19

BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 4: MOVIMIENTO EN 2D Y 3D

1. Calcula la velocidad, la rapidez, la aceleración, el desplazamiento diferencial (o elemental) y las curvas que definen las trayectorias en los movimientos descritos por las leyes horarias siguientes

a) $\vec{r}(t) = R \cos(\omega t) \vec{i} + R \sin(\omega t) \vec{j}$, con R y ω constantes.

b) $\vec{r}(t) = A \cos \alpha \sin(\omega t) \vec{i} + A \sin \alpha \sin(\omega t) \vec{j}$, con A , ω y α constantes.

c) $\vec{r}(t) = At \vec{i} + Bt^2 \vec{j}$, con A y B constantes.

d) $\vec{r}(t) = \frac{A(T^2 - t^2)}{T^2 + t^2} \vec{i} + \frac{2ATt}{T^2 + t^2} \vec{j}$, con A y T constantes.

e) $\vec{r}(t) = R \cos(\omega t) \vec{i} + R \sin(\omega t) \vec{j} + h\omega t \vec{k}$, con R , h y ω constantes.

2. Una partícula se mueve con un vector velocidad $\vec{v}(t) = At \vec{i} + B \vec{j}$, siendo A y B constantes. En el instante inicial se encontraba en el origen del sistema de referencia. Determina el vector de posición $\vec{r}(t)$.

3. Determina el movimiento de un proyectil disparado con una velocidad inicial v_0 y un ángulo α con la horizontal. El proyectil está sometido a la acción de la gravedad. Calcula el radio de curvatura en el punto más alto de su trayectoria. Para un valor fijo de v_0 , determina que ángulo de tiro garantiza el máximo alcance para el proyectil.

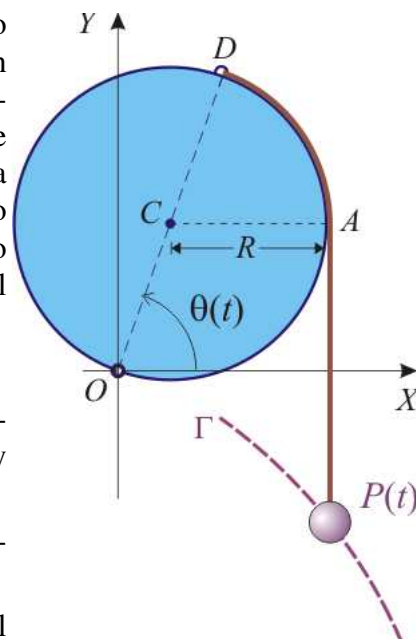
4. Una partícula P se mueve respecto a un sistema de referencia cartesiano $OXXYZ$ de manera que en un cierto instante t_0 su velocidad y su aceleración vienen dadas por los vectores:

$$\vec{v}_0 = \vec{i} + \sqrt{3} \vec{k} \qquad \vec{a}_0 = \vec{i} + \sqrt{5} \vec{j} - \sqrt{3} \vec{k}.$$

Las componentes están medidas en m/s y m/s², respectivamente. En el instante considerado, calcula

- La rapidez de la partícula y su derivada.
 - La componente normal de la aceleración y el radio de curvatura de la trayectoria.
 - El vector aceleración normal.
 - El triedro intrínseco.
 - La localización del centro de curvatura si en ese instante la partícula se halla en el origen.
5. La Tierra rota uniformemente con respecto a su eje con velocidad angular ω constante. Encuentra en función de la latitud λ , la velocidad y la aceleración de un punto sobre la superficie terrestre, debidas a dicha rotación (radio de la Tierra: $R = 6.37 \times 10^6$ m.)

6. El mecanismo de la figura consiste en un disco de radio R , siempre contenido en el plano vertical OXY , que se mueve girando alrededor de un punto de su perímetro que coincide con el origen O del sistema de referencia. El movimiento del disco está descrito por la ley horaria $\theta(t)$ para el ángulo indicado en la figura. Se supone que $\theta(0) = 0$. En el punto D hay conectada una cuerda flexible e inextensible de longitud $L = \pi R$ que, cuando el disco gira, se va enrollando sobre su contorno, finalizando el proceso cuando $\theta = \pi$. Además, un punto material pesado P hace que el tramo de cuerda no enrollado siempre penda verticalmente.



- Obtén la ecuación paramétrica de la trayectoria Γ .
 - El extremo D del diámetro realiza un movimiento circular uniforme, siendo su aceleración $8R\omega_0^2$. ¿Cómo es la ley horaria $\theta(t)$?
 - Calcula la velocidad de la partícula P y su aceleración tangencial.
 - Calcula el radio de curvatura de la trayectoria de P en el punto inicial.
7. Expresa en forma paramétrica e implícita las siguientes curvas
- El eje OY .
 - Una circunferencia de radio a , contenida en el plano XY y con centro en el origen.
 - Una parábola contenida en el plano YZ y con ecuación $z = y^2$.
8. Sea la hélice Γ descrita en un sistema de referencia cartesiano $OXYZ$ por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\Gamma \equiv \vec{r} = \vec{r}(\lambda) \begin{cases} x(\lambda) = R \cos \lambda \\ y(\lambda) = R \sin \lambda \\ z(\lambda) = h\lambda \end{cases}$$

donde R y h son constantes conocidas.

- Determina la longitud de la curva (el parámetro arco) en función del parámetro λ .
- Obtén los vectores del triedro intrínseco en cada punto de dicha curva.
- Calcula su radio de curvatura.