Departamento de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Camino de los Descubrimientos s/n
41092 Sevilla
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FÍSICA I, GIERM, CURSO 2017/18

BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 11: MOVIMIENTO OSCILATORIO

1. Un balón que se ha dejado caer desde una altura de 4.00 m choca con el suelo con una colisión perfectamente elástica. Suponiendo que no se pierde energía debido a la resistencia del aire, demuestre que el movimiento es periódico. Determine el periodo del movimiento, ¿Es éste un movimiento armónico simple?

2. La solución general de la ecuación de movimiento
$$m\,\ddot{x} = -kx$$
puede escribirse de la forma
$$x(t) = a\cos(\omega t) + b\,\mathrm{sen}(\omega t) \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
con a y b dos constantes dependientes de las condiciones iniciales.

   a) Halla el valor de las constantes a y b si la posición inicial de la partícula es x_0 y su velocidad inicial es v_0.

   b) Demuestra que la expresión
$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$
es también solución de la misma ecuación de movimiento. Empleando relaciones trigonométricas, deduce la relación entre las constantes $\{A, \phi\}$ y las constantes $\{a, b\}$. Expresa A y ϕ en función de la posición y la velocidad iniciales, x_0 y v_0.

   c) Calcula la velocidad de la partícula para cualquier instante en función de la posición y velocidad iniciales.

   d) Demuestra que la cantidad
$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$
no depende del tiempo. ¿Cuánto vale en función de las condiciones iniciales?

3. La solución general de la ecuación del MAS también puede expresarse usando funciones complejas.

   a) Demuestra que $A\cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}\left(A\,e^{i\,(\omega t+\phi)}\right)$, suponiendo que A es un número real.

   b) Demuestra que la expresión
$$x(t) = C_1\,e^{i\,\omega t} + C_2\,e^{-i\,\omega t}$$
es solución de la ecuación direfencial del MAS. Los números C_1 y C_2 pueden ser complejos.

   c) Encuentra la relación entre las constantes $\{C_1,\, C_2\}$ y las constantes $\{a,\, b\}$ de la solución general del MAS del problema anterior. ¿Que condición deben cumplir $\{C_1,\, C_2\}$ para que $\{a,\, b\}$ sean números reales?

   d) Encuentra las expresiones de las constantes $\{A,\, \phi\}$ en términos de las constantes $\{C_1,\, C_2\}$ cuando se cumple la condición del apartado anterior.

4. Para medir la masa de un astronauta en ausencia de gravedad se emplea un aparato medidor de masa corporal. Este aparato consiste, básicamente, en una silla que oscila en contacto con un resorte. El astronauta ha de medir su periodo de oscilación en la silla. En la segunda misión Skylab el resorte empleado tenía una constante $k = 605.6\,\mathrm{N/m}$ y el periodo de oscilación de la silla vacía era de 0.90149 s. Calcule la masa de la silla. Con un astronauta en la silla el periodo medido fue 2.08832 s. Calcula la masa del astronauta.

5. Una balanza de frutero cuelga verticalmente de forma que cuando sólo está el plato, de 200 g, el muelle está estirado 1.00 cm respecto de la elongación natural. De pronto, el frutero suelta 1.00 kg de plátanos en el plato. Despreciando el rozamiento,

   a) ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones resultantes?

   b) ¿Cuál es su periodo?

   c) ¿Cuál es la velocidad máxima de los plátanos?

   d) ¿Cuánto vale la energía mecánica del sistema si tomamos como referencia de alturas la posición inicial?

   e) Suponga que, estando en el punto más bajo de sus oscilaciones, uno de los plátanos (de 100 g de masa) cae del plato. ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones que hace el plato a partir de ese momento?

6. Una barra delgada homogénea, de longitud L y masa M, cuelga verticalmente sujeta por uno de sus extremos. Se da un pequeño golpe al extremo libre de modo que la barra empieza a oscilar respecto a su posición de equilibrio con una amplitud pequeña. Determina la frecuencia de las oscilaciones. Representa gráficamente el potencial gravitatorio de la barra y su aproximación para el movimiento armónico simple estudiado.

7. Un oscilador amortiguado experimenta una fuerza de rozamiento viscoso $F_r = -bv$, de forma que su ecuación de movimiento es

$$ma = -bv - kx$$

   a) Si buscamos una solución particular de la forma $x = A\mathrm{e}^{\lambda t}$, calcula los dos valores que puede tener λ. La solución general será una combinación de las dos posibilidades:

$$x = A_1\mathrm{e}^{\lambda_1 t} + A_2\mathrm{e}^{\lambda_2 t}$$

   b) ¿Cuál es el máximo valor de b para que haya oscilaciones? ¿cómo es el movimiento si b supera ese valor?

   c) Demuestra que la energía mecánica

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

   es una función decreciente con el tiempo.

   d) Considera el caso particular de una partícula de masa $m = 1\,\mathrm{kg}$ se encuentra sujeta a un muelle de constante $k = 1\,\mathrm{N/m}$, existiendo un rozamiento b. Determina la posición en cualquier instante si se impulsa desde la posición de equilibrio con velocidad $v_0 = 0.600\,\mathrm{m/s}$ si (a) $b = 1.60\,\mathrm{N\cdot s/m}$; (b) $b = 2.50\,\mathrm{N\cdot s/m}$, (c) $b = 2.00\,\mathrm{N\cdot s/m}$.

8. Una pesa de 4.00 g está suspendida de un muelle con una constante elástica $k = 200\,\mathrm{N/m}$. Una fuerza sinusoidal con una magnitud de 1.70 N excita el sistema. ¿Que frecuencia debe tener la fuerza externa para que el objeto vibre con una amplitud de 0.440 m?

9. Papá Noel deja como regalo un teléfono móvil en un calcetín colgado en la chimenea. Cuando la familia está abriendo los regalos, el calcetín donde está el teléfono empieza a oscilar con una amplitud grande mientras suena el vibrador del móvil (Papá Noel había dejado el móvil en vibración). Si la longitud del calcetín es de 8.21 cm, encuentra la frecuencia de vibración del móvil.