



Física I. Boletín 9. Diciembre de 2015

9.1. Se tiene un sólido formado por ocho partículas de masa m situadas en los vértices de un cubo de arista a . Halle el momento de inercia del cubo respecto a los siguientes ejes:

- Uno perpendicular a una cara y que pase por el centro del cubo.
- Uno que pase por dos vértices opuestos.
- Uno que pase por los centros de dos aristas opuestas.
- Uno que pase por una arista

9.2. Halle los siguientes momentos de inercia de sólidos de densidad homogénea:

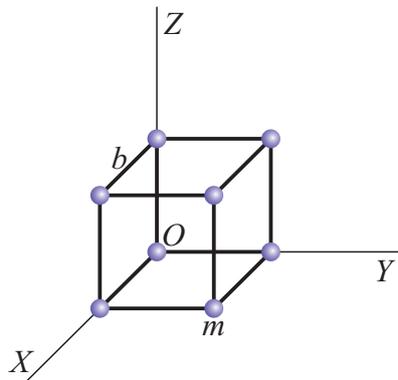
- Una superficie cilíndrica hueca, de masa M , radio R y altura h .
- Un cilindro macizo, de masa M , radio R y altura h .
- Una corona cilíndrica de masa M , radio interior R_1 y exterior R_2 , con altura h

En todos los casos, el momento de inercia debe hallarse respecto al eje del cilindro.

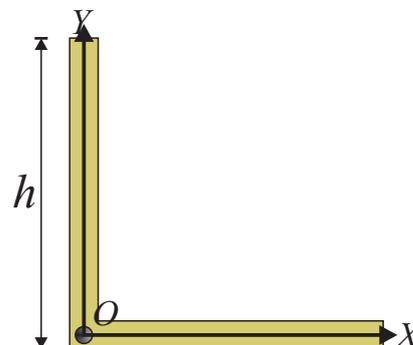
9.3. Calcule el momento de inercia de una esfera maciza, de masa M y radio R alrededor de un eje que pasa por su centro.

A partir del resultado anterior, halle el momento de inercia de una esfera hueca, de masa M , radio interior R_1 y exterior R_2 respecto a un eje que pasa por su centro. ¿A qué se reduce el resultado cuando la corona se reduce a una superficie esférica de radio R ?

9.4. Se tiene un sólido en forma de L de un metal homogéneo, siendo h la longitud de los brazos y M su masa total. Calcule el momento de inercia del sólido respecto a un eje perpendicular al plano de la L y que pasa por un punto del interior del cuadrado de lado h que define. ¿En qué punto es mínimo este momento de inercia?



Problema 9.1



Problema 9.4

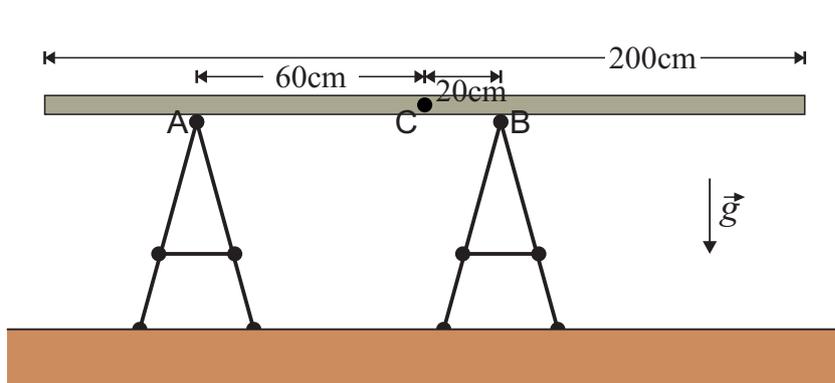
- 9.5.** Supongamos dos masas iguales m unidas por una barra rígida de longitud b , sin masa. Las masas reposan sobre un plano, sobre el que pueden moverse sin rozamiento. A una de las masas se le comunica una velocidad inicial v_0 perpendicular a la línea de la barra, mientras que la otra se encuentra inicialmente en reposo. ¿Cómo es el movimiento siguiente de la barra?
- 9.6.** Supongamos que tenemos una barra de masa M y longitud b apoyada en el suelo y en una pared vertical, sometida a la acción del peso (vertical y hacia abajo) y a las fuerzas de reacción en los puntos de contacto.
- Suponga primero que no hay rozamiento con las superficies y que la barra forma un ángulo θ con la pared. ¿Puede quedarse en equilibrio la barra para algún valor de θ ?
 - Suponga ahora que la barra posee un coeficiente de rozamiento estático μ con el suelo. ¿Para qué ángulos puede alcanzarse entonces el equilibrio?
- 9.7.** Sobre una barra de longitud b y masa M situada en reposo horizontalmente en una superficie sin rozamiento se aplica una fuerza F_0 también horizontal. El punto de la aplicación se encuentra a una distancia d del centro de la barra.
- Si la fuerza es perpendicular a la barra, ¿cuánto valen la aceleración del CM y la aceleración angular de la barra? ¿Alrededor de qué punto comienza a girar la barra?
 - Suponga ahora que la fuerza forma un ángulo β con la barra, ¿cuánto valen ese caso las aceleraciones y donde se encuentra el centro instantáneo de rotación?
 - Suponga que la barra se encuentra articulada en un extremo de forma que sólo puede girar en torno a este punto. ¿Cuánto valen las aceleraciones en ese caso? ¿Cuánto vale la fuerza que el punto de articulación ejerce sobre la barra?
 - Si la barra estuviera empotrada en su extremo, de forma que no pudiera moverse de ninguna manera, ¿cuánto valdrían la fuerza y el momento de reacción ejercidos por el soporte?
- 9.8.** Se tiene una plataforma de masa $m = 6.0$ kg y longitud $b = 2.00$ m (estando la masa distribuida uniformemente) que se apoya horizontalmente sobre dos caballetes de forma que los puntos de apoyo A y B están a 60 cm y 20 cm del centro C de la tabla, respectivamente.
- Calcule la fuerza que cada caballete ejerce sobre la tabla.
 - Halle el valor máximo de la masa que se puede apoyar en el borde izquierdo de la plataforma si no se quiere que esta vuelque.
 - Suponga que sobre el extremo *derecho* de la plataforma se apoya una masa de 2.2 kg. ¿Volará la tabla? Si es así, determine la aceleración angular que adquiere la tabla al comenzar a girar en torno al punto de apoyo, así como la fuerza que ejerce ese caballete sobre la mesa en el instante en que empieza a volcar.

Tómese $g = 10$ m/s².

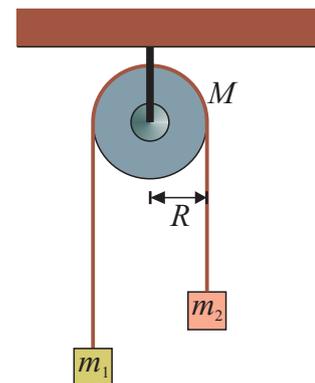
Dato: Momento de inercia de una barra de masa m y longitud b respecto a un eje perpendicular a ella y que pasa por su centro: $I = mb^2/12$.

- 9.9.** Se tiene un péndulo compuesto consistente en una barra de longitud b y masa M suspendida por un punto situado a una distancia d del centro de la barra ($d < b/2$). Suponiendo que la barra se desvía un ángulo pequeño θ_0 respecto de la vertical y a partir de ahí se suelta:
- (a) Determine el periodo de oscilación de la barra
 - (b) Calcule la fuerza ejercida sobre el punto de anclaje cuando la barra pasa por la vertical en su oscilación.
- 9.10.** Dos masas m_1 y m_2 están unidas por una cuerda ideal, inextensible y sin masa. Esta cuerda pasa por una polea de masa M , que se puede modelar como un cilindro de radio R . La polea no tiene rozamiento que le impida girar en torno a su eje. Determine la aceleración con la que se mueven las masas, las tensiones en cada tramo de la cuerda, así como la fuerza en el punto de anclaje de la polea.
- 9.11.** Por un suelo horizontal se lanza un disco macizo de masa M y radio R . Inicialmente el disco no gira, sino que se desliza con velocidad v_0 . Si el coeficiente de rozamiento dinámico con el suelo vale μ , ¿cuánto tarda el disco en dejar de deslizar y empezar a rodar sin deslizar? Estudie cómo cambian durante el proceso las siguientes magnitudes:
- (a) Velocidad del centro del disco.
 - (b) Velocidad del punto superior del disco.
 - (c) Energía cinética de traslación del disco.
 - (d) Energía cinética de rotación.
 - (e) Energía cinética total.

¿Cómo cambian los resultados si en lugar de un disco macizo tenemos un aro de radio R ? ¿Y si tenemos una bola maciza de radio R ?



Problema 9.8



Problema 9.10

9.12. En lo alto de un plano inclinado de altura h y con una cierta pendiente se encuentran los siguientes objetos: (a) una superficie cilíndrica hueca, (b) un cilindro macizo, (c) una superficie esférica hueca y (d) una esfera maciza.

Si se sueltan a la vez desde el extremo superior del plano, ¿dependerá el orden de llegada de la masa y el radio de cada uno? ¿con qué rapidez del CM llega cada uno al punto más bajo del plano? ¿en qué orden llegarán y cuanto tarda cada uno en llegar? Si además se suelta un bloque que desliza sin rozamiento por el plano, ¿llegará antes o después que los objetos rodantes? ¿Cuánto?

9.13. Una esfera metálica maciza de acero con radio $R = 5\text{ cm}$ se encuentra en reposo a una altura $z = 15\text{ m}$ y desciende rodando sin deslizar por el plano inclinado con un ángulo $\beta = 30^\circ$. El coeficiente de rozamiento estático entre el plano y el cilindro es μ . El rozamiento por rodadura es despreciable.

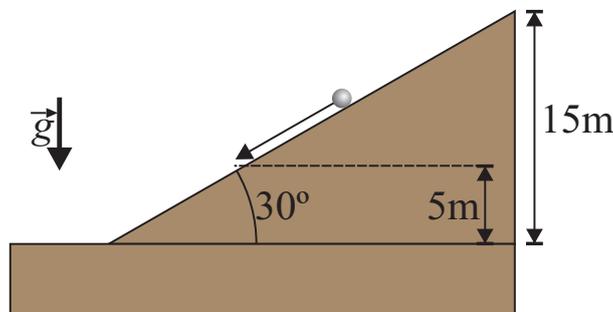
- (a) ¿Qué relación existe entre la aceleración angular de la esfera y la lineal de su centro de masas?
- (b) ¿Cuánto valen la energía cinética de rotación, la cinética de traslación, la potencial (tomando $z = 0$ como referencia) y la mecánica cuando se halla en $z = 5\text{ m}$?
- (c) ¿Cuánto vale, en módulo, la aceleración lineal del centro de masas de la esfera?
- (d) ¿Cuál es el valor mínimo que debe tener el coeficiente de rozamiento μ si la esfera rueda sin deslizar?

Dato: Densidad de masa del acero: $\rho = 7850\text{ kg/m}^3$.

9.14. Se tiene un bloque en forma de prisma de altura h y base cuadrada de lado b , situado sobre un plano inclinado un ángulo β . Dos de los lados de la base son paralelos a la dirección de descenso del plano (y los otros dos son ortogonales). El coeficiente de rozamiento (estático y dinámico) entre el bloque y el plano vale μ .

Determine el máximo valor de h para que el bloque no vuelque si (a) $\mu > \text{tg}(\beta)$, (b) $\mu < \text{tg}(\beta)$.

9.15. Es conocido que al arrancar un coche, éste levanta un poco el morro y se hunde por la parte trasera. El mismo principio se aplica a los "caballitos" de las motocicletas. Supongamos una motocicleta con una masa M y tal que su centro de masas se encuentra a una altura H respecto a los ejes de las ruedas (las cuales tienen radio R , masa m y momento de inercia I). El CM está a una distancia d_A del eje delantero y a una d_B del trasero.



Problema 9.13

- (a) Calcule la fuerza que se ejerce sobre cada eje cuando la moto arranca con una aceleración a_0 sobre un suelo horizontal.
- (b) Determine la fuerza de rozamiento que el suelo ejerce sobre cada rueda, así como el par ejercido por el motor sobre el eje de tracción (el de la rueda trasera).
- (c) ¿Cuál es la aceleración máxima que puede alcanzar la moto sin que su rueda trasera patine?
- (d) ¿Cuánto vale la potencia desarrollada por las diferentes fuerzas y momentos sobre el cuerpo y sobre las ruedas? ¿Cómo se transmite la energía aportada por el motor a las diferentes partes del sistema?

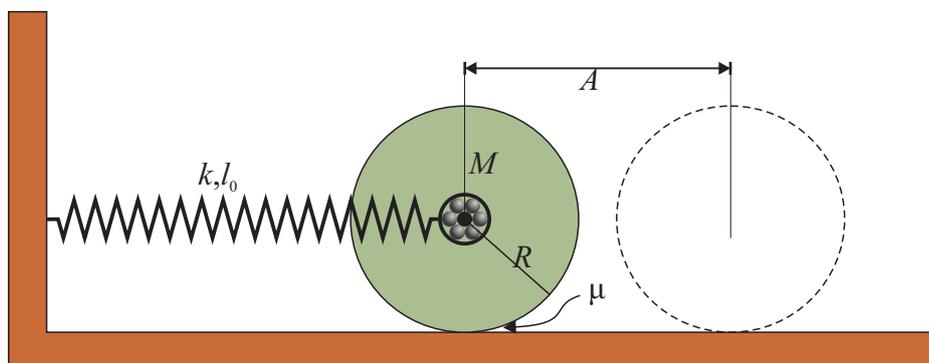
9.16. Un rodillo cilíndrico macizo de radio R y masa M se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal, siendo el coeficiente de rozamiento (estático y dinámico) μ . El eje del rodillo está atado a la pared mediante un resorte de constante k y longitud natural l_0 .

Se separa el rodillo de la posición de equilibrio una distancia A y se suelta desde el reposo. El rodillo rueda sin deslizar.

- (a) Halle la velocidad del centro del rodillo y la velocidad angular para el instante en que su centro pasa por la posición de equilibrio.
- (b) ¿Cuánto vale el periodo de las oscilaciones que describe?
- (c) Calcule la fuerza de rozamiento estático que ejerce el suelo sobre el rodillo (1) en la posición inicial y (2) al pasar por la posición de equilibrio.
- (d) ¿Cuál es el máximo valor de A que se puede alejar el rodillo si no se quiere que este empiece a deslizar sobre el suelo?

9.17. A la hora de tomar una curva, ¿de qué sirve inclinarse lateralmente?

- (a) Supongamos que Jorge Lorenzo toma una curva de 150 m de radio a una velocidad de 160 km/h ¿cuánto debe inclinarse en grados respecto a la vertical para no caerse ni a un lado ni al otro?
- (b) Es sabido que Marc Márquez es capaz de inclinarse más que otros pilotos. Si en esa misma curva Márquez se inclina 60° , ¿a qué velocidad puede pasar por la curva? ¿Cuánto debe valer como mínimo el coeficiente rozamiento estático del neumático sobre el asfalto?



Problema 9.16

(c) Si en esa curva, Pedrosa intenta hacer lo mismo que Jorge y Marc, pero pisa un charco que nadie más ha visto, de forma que el coeficiente de rozamiento estático se reduce a $\mu = 0.5$, ¿qué efecto tiene sobre la moto (1) respecto a su trayectoria (2) respecto a su inclinación?

9.18. Un camión de mudanzas va cargado de forma que su centro de gravedad se encuentra a 3.0 m del suelo. Si la distancia entre ruedas del camión es de 2.40 m, ¿cuál es la máxima velocidad con la que puede tomar una rotonda de 20 m de radio sin volcar? ¿Cuál es el valor mínimo que debe tener el coeficiente de rozamiento estático con el suelo para que el camión no derrape?

T.1 Se tiene un péndulo compuesto formado por una bola de masa 2 kg y diámetro 10 cm que oscila verticalmente colgada por un ganchito de un hilo de masa despreciable y que mide 20 cm, atado a la pared. ¿Cuánto vale el momento de inercia del péndulo respecto a un eje perpendicular al plano de oscilación y que pasa por el punto de anclaje del hilo en la pared?

- A.** 0.188 kg·m².
- B.** 0.050 kg·m².
- C.** 0.008 kg·m².
- D.** 0.127 kg·m².

T.2 En los extremos una barra rígida de longitud h en reposo se aplican dos fuerzas del mismo módulo según la dirección longitudinal de la barra y con sentido opuesto. El resultado de esta aplicación es...

- A.** una traslación de la barra.
- B.** una rotación en torno al centro de la barra.
- C.** un movimiento helicoidal de la barra.
- D.** ninguno. La barra permanece en reposo.

T.3 Se tienen dos esferas macizas de acero, tales que $R_2 = 2R_1$. ¿Cuál es la proporción entre los momentos de inercia de ambas respecto a un eje que pasa por sus centros, I_2/I_1 ?

- A.** 2.
- B.** 32.
- C.** 4.
- D.** 8.

Un sólido está formado por tres partículas, una de masa 200 g situada en $\vec{r}_1 = \vec{0}$ cm y dos de 100 g que se encuentran en $\vec{r}_2 = (60\vec{i})$ cm y $\vec{r}_3 = (60\vec{j})$ cm, respectivamente. Las velocidades de las masas valen cada una $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = (10\vec{k})$ cm/s y $\vec{v}_3 = -(10\vec{k})$ cm/s

T.4 ¿Cuál es la posición del centro de masas del sistema?

- A. $(20\vec{i} + 20\vec{j})$ cm.
- B. $(30\vec{i} + 30\vec{j})$ cm.
- C. $(60\vec{i} + 60\vec{j})$ cm.
- D. $(15\vec{i} + 15\vec{j})$ cm.

T.5 ¿Cuánto vale el momento de inercia de este sólido respecto a un eje que pasa por $30\vec{i} + 30\vec{j}$ (cm) y tiene la dirección del vector \vec{i} ?

- A. $0.012 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.
- B. $0.036 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.
- C. $0.072 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.
- D. $0.018 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

T.6 Si en este sólido se aplica sobre la masa de 200 g una fuerza $\vec{F}_1 = (20\vec{i})$ N y sobre las masas de 100 g una fuerza $\vec{F}_2 = \vec{F}_3 = (-20\vec{i})$ N. ¿Cuánto vale la aceleración del centro de masas del sólido?

- A. $0.05\vec{i} \text{ m/s}^2$.
- B. Es nula.
- C. $-50\vec{i} \text{ m/s}^2$.
- D. $-25\vec{i} \text{ m/s}^2$.

T.7 Se tiene una barra homogénea de masa M y longitud H apoyada en una pared vertical, sin rozamiento, y en el suelo. ¿Cuánto debe valer, como mínimo, el coeficiente de rozamiento estático con el suelo para que la barra no se resbale si el ángulo que forma con la vertical es de 15° ?

- A. 0.54
- B. No hay información suficiente para saberlo.
- C. 0.13
- D. 0.27

T.8 Se aplica el mismo par de fuerzas a un cilindro hueco y a uno macizo de la misma masa y radio, para hacerlos girar alrededor de su eje. ¿Cuál de los dos adquiere una mayor aceleración angular?

- A. El macizo.
 - B. El hueco.
 - C. Los dos la misma.
 - D. Depende de otros factores no indicados.
-