Departamento de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Camino de los Descubrimientos s/n
41092 Sevilla

MECÁNICA RACIONAL, 2° CURSO, INGENIERÍA CIVIL, 2018/19

BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 1: CINEMÁTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

1. Determina los valores de los parámetros λ, μ y ν para que los vectores

$$\vec{v}^O = v_0\,\vec{\imath}; \qquad \vec{v}^A = \lambda\,\vec{\jmath} + \frac{v_0}{2}\,\vec{k}; \qquad \vec{v}^B = v_0\,\vec{\imath} + \mu\,\vec{\jmath} + \nu\,\vec{k}$$

describan las velocidades instantáneas de tres puntos de un sólido rígido, cuyas posiciones están dadas por las ternas de coordenadas cartesianas, $O(0,0,0)$, $A(0,a,0)$ y $B(0,0,b)$. Calcula también las componentes del correspondiente vector rotación instantánea.

2. En un determinado instante, tres puntos de un sólido rígido en movimiento ocupan las posiciones dadas por las ternas de coordenadas:

$$O(0,0,0); \qquad A(0,a,0); \qquad B(0,0,2a).$$

Las velocidades instantáneas de esos puntos, medidas en el mismo sistema de referencia cartesiano son:

$$\vec{v}^O = v_0\,\vec{\imath}; \qquad \vec{v}^A = \frac{v_0}{2}\,\vec{k}; \qquad \vec{v}^B = v_0(\vec{\imath} - \vec{\jmath}).$$

   a) Determina la reducción cinemática en el punto O de dicho movimiento instantáneo y justifica de qué tipo de movimiento se trata.

   b) Calcula el vector velocidad instantánea de los puntos con velocidad mínima.

   c) Obtén la expresión vectorial del lugar geométrico formado por los puntos con velocidad mínima.

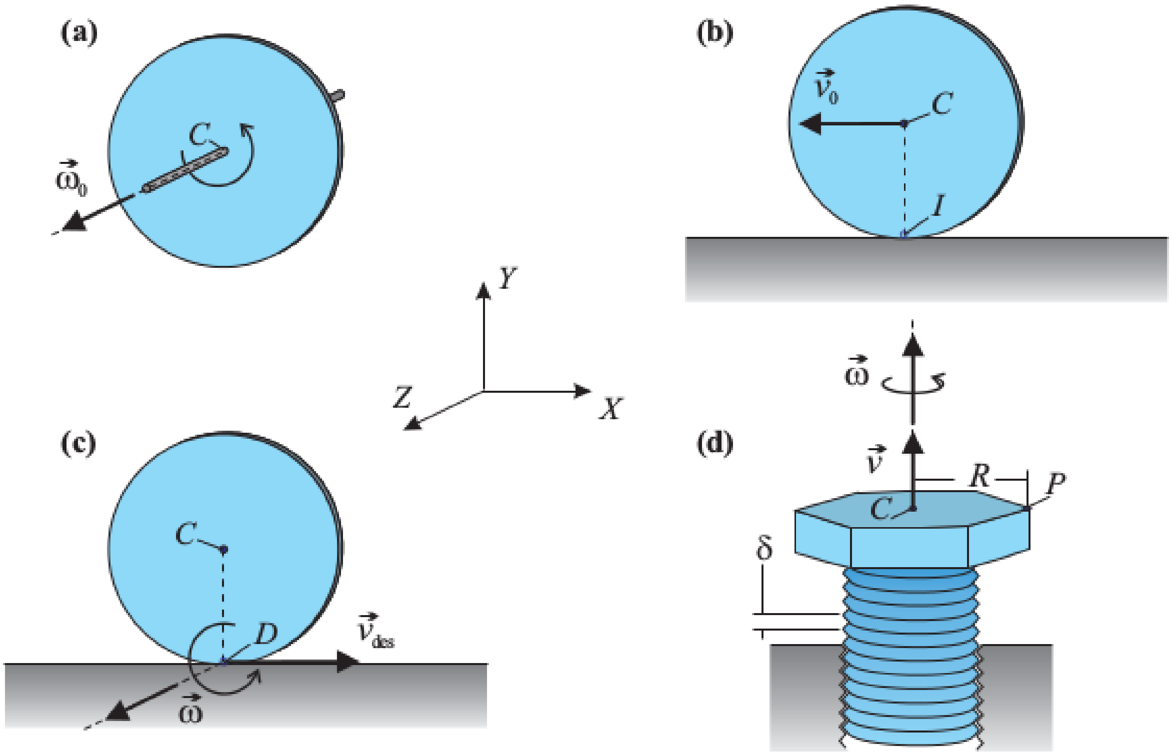
3. Obtén las reducciones cinemáticas que se piden para cada uno de estos movimientos:

   a) Una rueda de radio R que gira con velocidad angular constante ω_0 alrededor de un eje perpendicular a ella que pasa por su centro. Encuentra la reducción canónica.

   b) Una rueda de radio R rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, de modo que su centro avanza con una velocidad uniforme v_0. Encuentra la reducción en el centro de la rueda y la reducción canónica.

   c) Una rueda de radio R rueda y desliza con velocidad angular ω_0 alrededor de un eje perpendicular a ella, de modo que el punto en contacto con el suelo tiene una velocidad relativa a éste de módulo v_{des}. Encuentra la reducción en el punto de contacto y la reducción canónica.

   d) Un tornillo gira con velocidad angular uniforme ω_0 y avanza con velocidad uniforme v, paralelamente a su eje. Encuentra la reducción en el punto P de la figura y la reducción canónica.



Problema 3

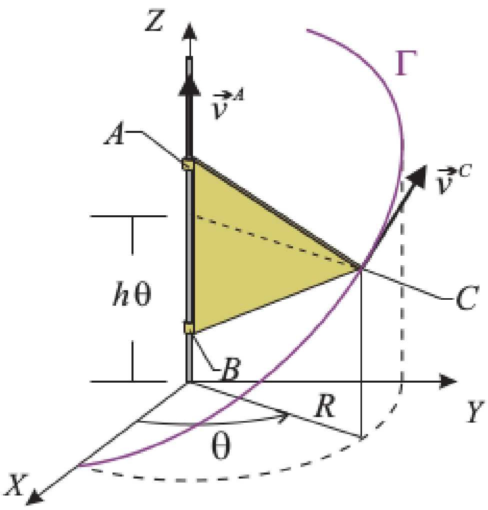
4. Un sólido rígido consiste en un triángulo de vértices A, B y C, que se mueve respecto de un sistema de referencia fijo, verificando las siguientes propiedades:

   a) Los vértices A y B permanecen en todo instante sobre el eje OZ, desplazándose ambos con la misma velocidad instantánea $\vec{v}^A = \vec{v}^B = v(t)\,\vec{k}$.

   b) El vértice C se mueve describiendo la hélice Γ, que en el sistema $OXYZ$ está descrita por las ecuaciones paramétricas:

$$\Gamma : \vec{r} = \vec{r}(\theta) \equiv \begin{cases} x(\theta) = R\cos\theta \\ y(\theta) = R\,\mathrm{sen}\,\theta \\ z(\theta) = h\theta \end{cases}$$

   siendo h y R dos constantes conocidas.

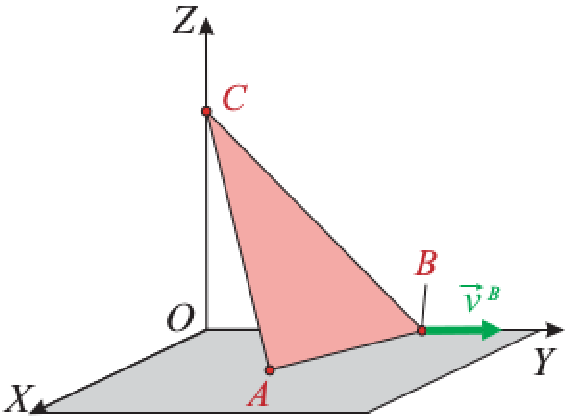


A partir de estos datos calcula el eje de rotación y mínimo deslizamiento, así como la reducción cinemática del movimiento.

5. Una pieza triangular ABC se mueve respecto de un sistema de referencia $OXYZ$, comportándose como un sólido rígido. Los vértices C y B van recorriendo los ejes OZ y OY, respectivamente, mientras que el vértice A se desplaza siempre contenido en el plano OXY. En el instante en que los vértices ocupan las posiciones

$$A(a, a, , 0); \qquad B(0, 2a, 0); \qquad C(0, 0, 2a)$$

la velocidad instantánea del vértice B es $\vec{v}^B = v_0\,\vec{\jmath}$. Determina, para dicho instante de tiempo:



a) La velocidad del vértice A y el vector rotación instantánea.

b) El eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento.

c) La derivada del vector rotación, sabiendo que el vértice B se mueve con velocidad instantánea constante.

6. Un disco de radio R gira y cae, siempre contenido en el plano vertical OXY, mientras se desenrolla de una cuerda que pende verticalmente, y cuya longitud aumenta según la lay horaria $l(t) = R + Kt^2$, siendo K una constante.

a) Calcula la reducción cinemática que describe el movimiento instantáneo del disco.

b) Calcula la velocidad y aceleración instantáneas del punto B indicado en la figura.