



## FÍSICA I, GIERM, CURSO 2018/19

### BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 7: CINEMÁTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

1. Determina los valores de los parámetros  $\lambda$ ,  $\mu$  y  $\nu$  para que los vectores

$$\vec{v}^O = v_0 \vec{i}; \quad \vec{v}^A = \lambda \vec{j} + \frac{v_0}{2} \vec{k}; \quad \vec{v}^B = v_0 \vec{i} + \mu \vec{j} + \nu \vec{k}$$

describan las velocidades instantáneas de tres puntos de un sólido rígido, cuyas posiciones están dadas por las ternas de coordenadas cartesianas,  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(0, a, 0)$  y  $B(0, 0, b)$ . Calcula también las componentes del correspondiente vector rotación instantánea.

2. En un determinado instante, tres puntos de un sólido rígido en movimiento ocupan las posiciones dadas por las ternas de coordenadas:

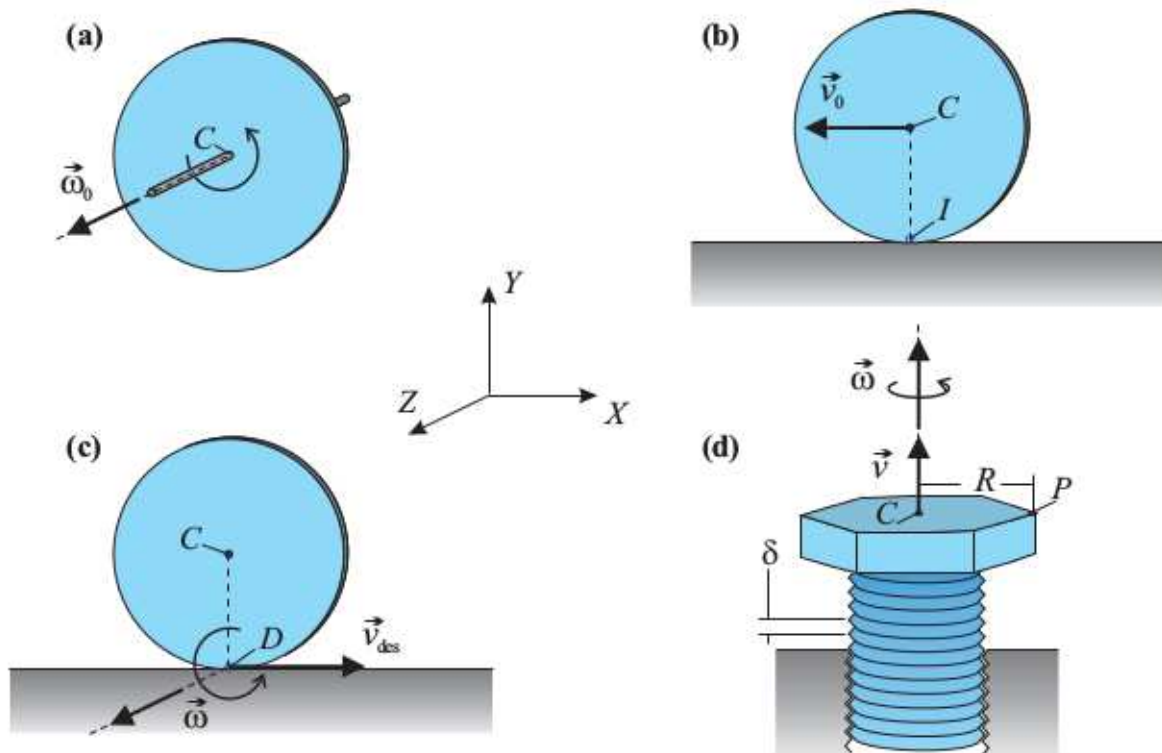
$$O(0, 0, 0); \quad A(0, a, 0); \quad B(0, 0, 2a).$$

Las velocidades instantáneas de esos puntos, medidas en el mismo sistema de referencia cartesiano son:

$$\vec{v}^O = v_0 \vec{i}; \quad \vec{v}^A = \frac{v_0}{2} \vec{k}; \quad \vec{v}^B = v_0(\vec{i} - \vec{j}).$$

- a) Determina la reducción cinemática en el punto  $O$  de dicho movimiento instantáneo y justifica de qué tipo de movimiento se trata.
- b) Calcula el vector velocidad instantánea de los puntos con velocidad mínima.
- c) Obtén la expresión vectorial del lugar geométrico formado por los puntos con velocidad mínima.
3. Obtén las reducciones cinemáticas que se piden para cada uno de estos movimientos:

- a) Una rueda de radio  $R$  que gira con velocidad angular constante  $\omega_0$  alrededor de un eje perpendicular a ella que pasa por su centro. Encuentra la reducción canónica.
- b) Una rueda de radio  $R$  rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal, de modo que su centro avanza con una velocidad uniforme  $v_0$ . Encuentra la reducción en el centro de la rueda y la reducción canónica.
- c) Una rueda de radio  $R$  rueda y desliza con velocidad angular  $\omega_0$  alrededor de un eje perpendicular a ella, de modo que el punto en contacto con el suelo tiene una velocidad relativa a éste de módulo  $v_{des}$ . Encuentra la reducción en el punto de contacto y la reducción canónica.
- d) Un tornillo gira con velocidad angular uniforme  $\omega_0$  y avanza con velocidad uniforme  $v$ , paralelamente a su eje. Encuentra la reducción en el punto  $P$  de la figura y la reducción canónica.



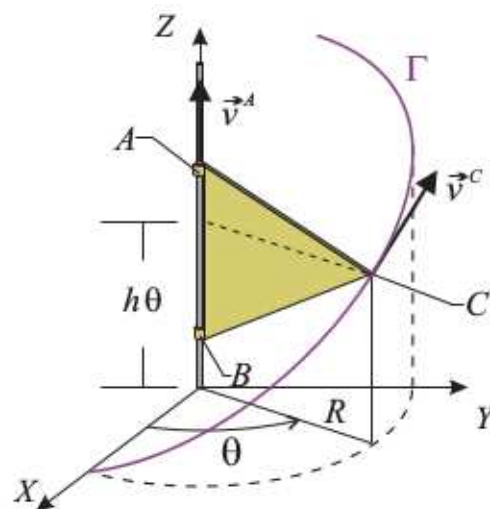
**Problema 3**

4. Un sólido rígido consiste en un triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , que se mueve respecto de un sistema de referencia fijo, verificando las siguientes propiedades:

- a) Los vértices  $A$  y  $B$  permanecen en todo instante sobre el eje  $OZ$ , desplazándose ambos con la misma velocidad instantánea  $\vec{v}^A = \vec{v}^B = v(t) \vec{k}$ .
- b) El vértice  $C$  se mueve describiendo la hélice  $\Gamma$ , que en el sistema  $OXYZ$  está descrita por las ecuaciones paramétricas:

$$\Gamma : \vec{r} = \vec{r}(\theta) \equiv \begin{cases} x(\theta) = R \cos \theta \\ y(\theta) = R \sin \theta \\ z(\theta) = h\theta \end{cases}$$

siendo  $h$  y  $R$  dos constantes conocidas.

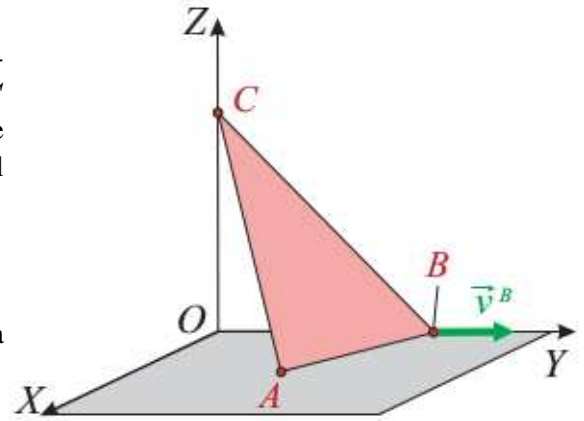


A partir de estos datos calcula el eje de rotación y mínimo deslizamiento, así como la reducción cinemática del movimiento.

5. Una pieza triangular  $ABC$  se mueve respecto de un sistema de referencia  $OXYZ$ , comportándose como un sólido rígido. Los vértices  $C$  y  $B$  van recorriendo los ejes  $OZ$  y  $OY$ , respectivamente, mientras que el vértice  $A$  se desplaza siempre contenido en el plano  $OXY$ . En el instante en que los vértices ocupan las posiciones

$$A(a, a, 0); \quad B(0, 2a, 0); \quad C(0, 0, 2a)$$

la velocidad instantánea del vértice  $B$  es  $\vec{v}^B = v_0 \vec{j}$ . Determina, para dicho instante de tiempo:

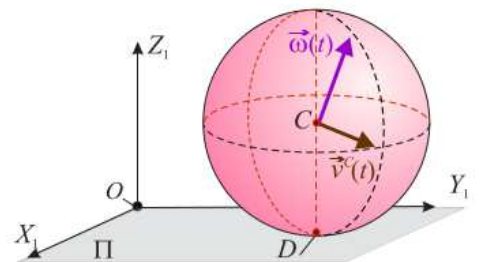


- La velocidad del vértice  $A$  y el vector rotación instantánea.
  - El eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento.
6. Una esfera de radio  $b$ , se mueve en contacto con un plano  $\Pi = OX_1Y_1$ . El movimiento de la esfera queda completamente caracterizado, para todo instante de tiempo, por la reducción cinemática:

$$\vec{\omega}(t) = \frac{v_0}{b} \left(1 - \frac{v_0}{b}t\right) (2\vec{i}_1 + \vec{j}_1 + \vec{k}_1); \quad \vec{v}^C(t) = v_0 \left( \left(1 - \frac{v_0}{b}t\right) \vec{i} + \vec{j}_1 \right)$$

donde  $C$  es el centro de la esfera, y  $v_0$  un valor constante conocido.

- Indica los tipos de movimientos elementales que ejecuta la esfera a lo largo del tiempo.
- Indica, para todo instante de tiempo, si la esfera rueda, pivota o desliza en el punto de contacto con el plano.



7. Un disco de radio  $R$  gira y cae, siempre contenido en el plano vertical  $OXY$ , mientras se desenrolla de una cuerda que pende verticalmente, y cuya longitud aumenta según la ley horaria  $l(t) = R + Kt^2$ , siendo  $K$  una constante.

- Calcula la reducción cinemática que describe el movimiento instantáneo del disco.
- Calcula la velocidad y aceleración instantáneas del punto  $B$  indicado en la figura.

