



## MECÁNICA RACIONAL, 2º CURSO, INGENIERÍA CIVIL, 2017/18

### BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 6: CINÉTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

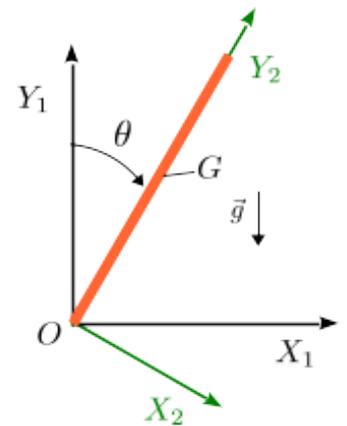
1. Demuestra que en un movimiento plano de un sólido plano, de modo que el plano principal coincida con el del sólido, el momento cinético respecto al centro de masas y la energía cinética de rotación se expresan como

$$\vec{L}_G = I_{33}(G) \vec{\omega}, \quad T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_{33}(G) |\vec{\omega}|^2$$

donde  $I_{33}(G)$  es el momento de inercia respecto a un eje perpendicular al plano del movimiento y que pasa por  $G$ .

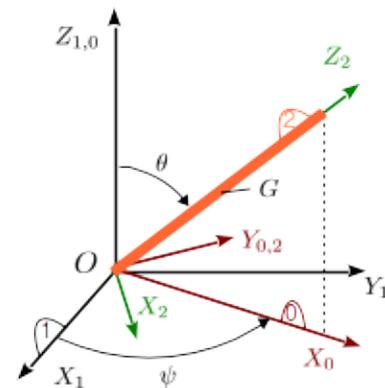
2. Se tiene una barra homogénea de longitud  $L$ , masa  $M$  y radio despreciable. La barra tiene un extremo fijo en el punto  $O$  y gira únicamente en el plano  $OX_1Y_1$ . La posición de la barra viene determinada por el ángulo  $\theta$  que forma con el eje  $OY_1$ .

- Encuentra la expresión del momento cinético  $\vec{L}_O$  de la barra y su energía cinética  $T$ .
- Aplica el T.M.C. en  $O$  para obtener una ecuación diferencial del movimiento.
- Obtén una integral primera del movimiento. ¿Es equivalente a la ecuación anterior?



3. Una barra homogénea de longitud  $L$ , masa  $M$  y radio despreciable está articulada en  $O$ , moviéndose en el espacio tridimensional  $OX_1Y_1Z_1$  con su posición descrita mediante las coordenadas  $\{\psi, \theta\}$ , ángulos de precesión y nutación, respectivamente. Escogemos unos ejes  $OX_2Y_2Z_2$  solidarios con la barra como se indica en la figura, y unos ejes auxiliares intermedios  $OX_0Y_0Z_0$ .

- Encuentra la expresión del momento cinético  $\vec{L}_O$  de la barra y de su energía cinética  $T$ .
- Calcula el momento de inercia respecto al eje instantáneo de rotación del movimiento y expresa la energía cinética en función de este momento.



4. Se tiene un aro homogéneo de masa  $M$ , radio  $R$  y centro  $O$  que gira con velocidad angular  $\vec{\omega}$  respecto a un eje  $E$  que pasa por  $O$  y forma un ángulo  $\pi/3$  con el eje de revolución del aro. Calcula el momento de inercia respecto al eje  $E$ , el momento cinético  $\vec{L}_O$ , y la energía cinética  $T$ . ¿Qué ángulo forman  $\vec{L}_O$  y  $\vec{\omega}$ ? ¿Es el eje  $E$  un eje principal?
5. Un aro homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  rueda sin deslizar respecto al eje  $OX_1$ . Encuentra la expresión del momento cinético respecto al punto de contacto con el eje,  $A$ , así como la expresión de la energía cinética del aro.

6. Los dos sólidos de la figura tienen masa  $m$ . El sólido "0" desliza sobre eje  $O_1X_1$ , mientras que el sólido "2" desliza sobre la cara inclinada del sólido "0". El sistema está sometido a la acción de la gravedad.

- Si el contacto entre ambos sólidos es liso, demuestra que  $P_{\text{int}}(20) = 0$ .
- Si el contacto es rugoso con coeficiente de rozamiento dinámico  $\mu$ , calcula  $P_{\text{int}}(20)$  y demuestra que es siempre negativo

