

## Física I. Boletín 8. Diciembre de 2015

**8.1.** El campo de velocidades instantáneo de un sólido rígido tiene la expresión, en el sistema internacional

$$\vec{v}(x, y, z) = \left( (7.2 + 0.8y + 1.6z)\vec{i} + (3.6 - 0.8x + 1.6z)\vec{j} - (7.2 + 1.6x + 1.6y)\vec{k} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Determine la velocidad angular,  $\vec{\omega}$ , y la velocidad del origen de coordenadas,  $\vec{v}_0$ .
- Halle la velocidad del punto  $\vec{r}_1 = (-5.0\vec{i} - 6.0\vec{k})$  m.
- ¿Qué tipo de movimiento describe el sólido en este instante?
- Halle la ecuación del eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento (o eje instantáneo de rotación, en su caso).

**8.2.** Un sólido rígido se encuentra en rotación instantánea alrededor de un eje que pasa por el punto  $A(1, 0, -1)$  y lleva la dirección del vector  $\vec{e} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ , de tal forma que la velocidad del punto  $B(0, 2, 1)$  es  $\vec{v}_B = -4\vec{i} - 6\vec{j} + c\vec{k}$

- Halle el valor de la constante  $c$ .
- Calcule la velocidad angular instantánea.
- Calcule la velocidad del punto  $P(1, 1, 0)$ .

Todas las cantidades están expresadas en las unidades del SI.

**8.3.** Un tornillo de radio 2 mm y paso de rosca 1 mm avanza impulsado por un destornillador de forma que su punta se mueve a 2 mm/s. Determine la rapidez de los puntos del filete del tornillo.

**8.4.** Un disco de radio  $R$  y masa  $M$  rueda y desliza sobre el plano horizontal  $y = 0$  de forma que la velocidad del punto de contacto con el suelo, A, y del diametralmente opuesto, B son de la forma

$$\vec{v}_A = v_A \vec{i} \quad \vec{v}_B = v_B \vec{i}$$

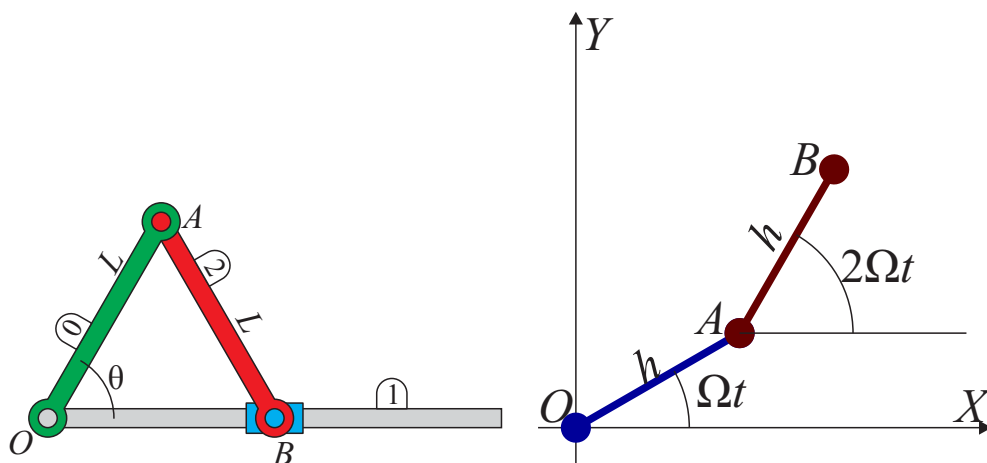
- Calcule la velocidad angular del disco.
- Halle la velocidad del centro del disco, C, así como de los puntos D y E situados en los extremos de un diámetro horizontal.
- Determine la posición del centro instantáneo de rotación.
- Indique a qué se reducen los resultados anteriores en los casos particulares siguientes:
  - $v_A = -v_B$
  - $v_A = 0$
  - $v_A = v_B$

**8.5.** Un sistema biela-manivela está formado por: una barra fija (el eje “1”); una barra (la manivela “0”) de longitud  $L$ , articulada en el punto  $O$  del eje y que forma un ángulo  $\theta(t)$  con él; y una segunda barra (la biela “2”), también de longitud  $L$ , articulada en el punto  $A$  de la manivela y cuyo segundo extremo  $B$  está obligado a deslizar por el eje.

- Halle las velocidades de los puntos  $A$  y  $B$  de la biela.
- Determine la velocidad angular de la biela respecto al eje.
- Localice el centro instantáneo de rotación (CIR) de la biela respecto al eje.
- Suponga el caso  $L = 50$  cm y que en un instante dado  $\text{tg}(\theta) = 0.75$  siendo  $\dot{\theta} = -2.00$  rad/s. Calcule la velocidades respecto al eje de los puntos  $A$  y  $B$  de la biela, su velocidad angular y las coordenadas del CIR.

**8.6.** Se tiene un sistema articulado formado por dos barras de la misma masa y la misma longitud  $h$  situadas sobre una superficie horizontal. La primera barra tiene un extremo  $O$  fijo, de forma que gira alrededor de él con velocidad angular constante  $\Omega$  respecto a un sistema de ejes fijos  $OXY$ . La segunda barra está articulada en el extremo  $A$  de la primera y gira respecto de los mismos ejes fijos con una velocidad angular  $2\Omega$ . En el instante  $t = 0$  el sistema está completamente extendido a lo largo del eje  $OX$ .

- Calcule la velocidad del punto de articulación  $A$  y del extremo libre  $B$  de la segunda barra en el instante  $t = 0$ .
- Localice la posición del centro instantáneo de rotación  $I$ , del movimiento de la segunda barra respecto a los ejes fijos para el instante  $t = 0$ .
- Determine la posición del extremo  $B$  cuando ha pasado medio periodo,  $t = \pi/\Omega$ , así como la velocidad de este punto en ese instante.
- Escriba las ecuaciones horarias de la posición del punto  $B$  para todo instante.
- Calcule la aceleración del extremo  $B$  de la barra en el instante  $t = 0$ . ¿Es nula alguna de sus componentes intrínsecas?



**Problema 8.5**

**Problema 8.6**

- 8.7.** Considérese una esfera de masa  $M$  y radio  $R$  que se mueve sobre la superficie horizontal  $z = 0$ . Consideramos un instante en el que la esfera toca el suelo justo en el origen de coordenadas,  $O$ , y tal que en ese momento la velocidad de dicho punto de contacto con el suelo es nula

$$\vec{v}_O = \vec{0}$$

Para este mismo instante la velocidad de los puntos  $\vec{r}_A = -R\vec{i} + R\vec{k}$  y  $\vec{r}_B = +R\vec{i} + R\vec{k}$  situados en un diámetro horizontal valen respectivamente

$$\vec{v}_A = v_A\vec{j} \quad \vec{v}_B = v_B\vec{j}$$

Para los tres casos siguientes:

$$(a) \quad v_A = +v_B \qquad (b) \quad v_A = 0 \qquad (c) \quad v_A = -v_B$$

- (a) Indique justificadamente el tipo de movimiento instantáneo que realiza la esfera (traslación, rotación, helicoidal,...)
- (b) Calcule la velocidad angular del sólido.
- (c) Halle la velocidad angular de pivotamiento y la de rodadura de la esfera.
- (d) Dé la ecuación del eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento (o de rotación, en su caso).
- (e) Calcule la velocidad lineal del centro  $C$  de la esfera y la del punto  $D$  situado en el extremo superior de la esfera.
- 8.8.** Una esfera maciza de 2.5 cm de radio y 0.400 kg de masa rueda y pivota sin deslizar sobre una superficie horizontal. En un instante dado la velocidad angular de pivotamiento es de 1.80 rad/s en sentido antihorario respecto al eje  $OZ$  (tomando como origen el punto de contacto y como eje  $OZ$  el perpendicular al plano), mientras que la de rodadura es de 2.40 rad/s en la dirección del vector unitario

$$\vec{u} = 0.80\vec{i} + 0.60\vec{j}$$

Para este instante, calcule:

- (a) El vector velocidad angular y la ecuación del eje instantáneo de rotación.
- (b) La velocidad y la rapidez del centro de la esfera.
- (c) La distancia del centro de la esfera al eje instantáneo de rotación.

---

Una barra metálica de 1.00 m de longitud resbala apoyada en el suelo y en una pared vertical. En un momento dado su extremo inferior se encuentra a una distancia de 60 cm de la esquina y se mueve con velocidad de 12 cm/s alejándose de la esquina

**T.1** ¿Con qué velocidad se mueve el extremo superior de la barra?

- A.** No hay información suficiente para determinarla.

- B. Está en reposo.
- C. Desciende con rapidez 9 cm/s.
- D. Desciende con rapidez 16 cm/s.

**T.2** Considerando un sistema de ejes centrado en la esquina, con el suelo como eje OX y la pared como eje OZ, ¿dónde se encuentra el C.I.R. de la barra en el instante anterior?

- A. No hay información suficiente para determinarlo.
- B. En  $\vec{r}_I = \vec{0}$ .
- C. En  $\vec{r}_I = (60\vec{i} + 80\vec{k})$  cm.
- D. En  $\vec{r}_I = (30\vec{i} + 40\vec{k})$  cm.

---

En un sólido rígido, la velocidad del origen en un determinado instante es  $\vec{v}_0 = (2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$  m/s y su velocidad angular  $\vec{\omega} = (-2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$  rad/s.

**T.3** ¿Cuánto vale la velocidad instantánea del punto  $A(-2, 1, 2)$  (m)

- A.  $\vec{v}_A = (-\vec{j} + 3\vec{k})$  m/s
- B.  $\vec{v}_A = (2\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k})$  m/s
- C.  $\vec{v}_A = \vec{0}$
- D.  $\vec{v}_A = (2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$  m/s

**T.4** ¿Qué tipo de movimiento describe el sólido en ese instante?

- A. Reposo.
- B. Helicoidal.
- C. Rotación.
- D. Traslación.

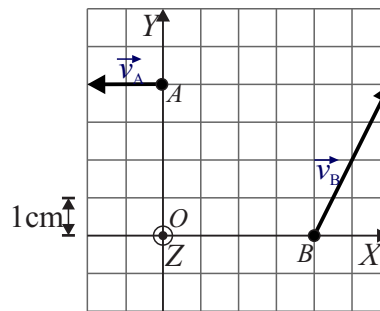
---

**T.5** En el movimiento instantáneo de un sólido rígido, un punto A tiene velocidad nula, y un punto B tiene velocidad  $\vec{v}^B \neq \vec{0}$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es *falsa*? (EIRMD: Eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento)

- A. La dirección del EIRMD es perpendicular a  $\vec{v}^B$ .
- B. El EIRMD pasa por A.
- C. La dirección del EIRMD es paralela a  $\vec{v}^B$ .
- D. El sólido efectúa un movimiento instantáneo de rotación.

---

En un movimiento plano, se tiene que la velocidad instantánea de dos puntos A y B es la ilustrada en la figura (para la posición, la cuadrícula representa cm y para la velocidad cm/s)



**T.6** En dicho instante, ¿cuál es la velocidad del origen de coordenadas O?

- A.  $\vec{0}$
- B. Estas velocidades son imposibles en el movimiento de un sólido rígido.
- C.  $2\vec{i}$  (cm/s)
- D.  $4\vec{j}$  (cm/s)

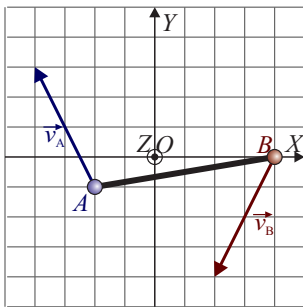
**T.7** ¿Dónde se encuentra el centro instantáneo de rotación?

- A. En O.
- B. En  $(2\vec{i} + 2\vec{j})$  cm
- C. En  $(2\vec{j})$  (cm)
- D. En  $(4\vec{i} + 4\vec{j})$  cm

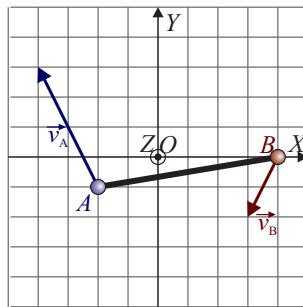
**T.8** ¿Cuál de las siguientes afirmaciones *no* es cierta en un movimiento helicoidal de un sólido? (EIRMD: eje instantáneo de rotación y mínimo deslizamiento)

- A. Dos puntos situados sobre una recta paralela al EIRMD tienen la misma velocidad.
- B. Dos puntos situados a la misma distancia del EIRMD tienen la misma rapidez.
- C. El movimiento se puede descomponer en una traslación y una rotación.
- D. El EIRMD es una recta de puntos que tienen velocidad nula.

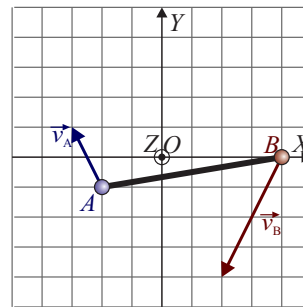
**T.9** De las siguientes cuatro figuras, solo una representa velocidades posibles de los extremos A y B de una barra rígida que realiza un movimiento plano. ¿Cuál?



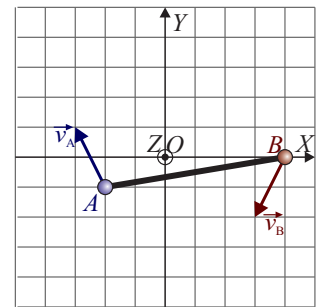
A



B



C



D

**T.10** Para la barra anterior, ¿dónde se encuentra su centro instantáneo de rotación, según la cuadrícula de la figura?

- A.  $\vec{OI} = \vec{i} - (1/2)\vec{j}$
- B. Está en el infinito.
- C.  $\vec{OI} = \vec{0}$
- D.  $\vec{OI} = 2\vec{i} + \vec{j}$

**T.11** ¿Cuánto vale, en rad/s, la velocidad angular instantánea de este movimiento, si la cuadrícula representa m en distancias y m/s en velocidades?

- A.  $\vec{\omega} = +\vec{k}$
- B.  $\vec{\omega} = -2\vec{k}$
- C.  $\vec{\omega} = \vec{0}$
- D.  $\vec{\omega} = -\vec{k}$

**T.12** Un sólido describe un movimiento plano de forma que el origen de coordenadas tiene una velocidad  $\vec{v}_O = 60\vec{i} + A\vec{j}$  (cm/s), estando el centro instantáneo de rotación en  $\vec{r}_I = 4\vec{i} + 3\vec{j}$  (cm). ¿Cuánto vale la constante  $A$ ?

- A. 45
- B. 0.
- C. No hay información suficiente para saberlo.
- D. -80.

**T.13** ¿Y la velocidad angular del sólido, en rad/s?

- A. No hay información suficiente para saberlo.
- B.  $\vec{\omega} = +20\vec{k}$
- C.  $\vec{\omega} = -500\vec{k}$

**D.**  $\vec{\omega} = -20\vec{k}$

---

**T.14** Una bola se encuentra sobre la superficie horizontal  $z = 0$ . La velocidad del punto de contacto es nula y la velocidad angular instantánea de la bola es  $3\vec{i} + 4\vec{j}$  (rad/s). Podemos decir que...

- A.** Pivota con una velocidad angular de 5 rad/s  
 **B.** Pivota con una velocidad angular de 4 rad/s y rueda con una de 3 rad/s.  
 **C.** Rueda con una velocidad angular de 5 rad/s  
 **D.** Pivota con una velocidad angular de 3 rad/s y rueda con una de 4 rad/s.

**T.15** ¿Y si la velocidad angular es  $3\vec{i} + 4\vec{k}$  (rad/s)?

- A.** Pivota con una velocidad angular de 5 rad/s  
 **B.** Pivota con una velocidad angular de 4 rad/s y rueda con una de 3 rad/s.  
 **C.** Rueda con una velocidad angular de 5 rad/s  
 **D.** Pivota con una velocidad angular de 3 rad/s y rueda con una de 4 rad/s.
- 

**T.16** Un sólido se mueve de forma que el punto  $\vec{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  (m) tiene la velocidad  $\vec{v}_A = -10\vec{i} + 2\vec{j} + 11\vec{k}$  (m/s), siendo la velocidad angular del sólido  $\vec{\omega} = 5\vec{i} + 14\vec{j} + 2\vec{k}$  (rad/s) ¿Qué tipo de movimiento está describiendo el sólido en ese instante?

- A.** Helicoidal.  
 **B.** Reposo.  
 **C.** Traslación.  
 **D.** Rotación.

**T.17** ¿Cuál es, en ese instante, la velocidad del origen de coordenadas, O, en m/s?

- A.**  $-40\vec{i} + 8\vec{j} + 44\vec{k}$   
 **B.** Nula.  
 **C.**  $-30\vec{i} + 6\vec{j} + 33\vec{k}$   
 **D.** 45.
-