

Física I. Boletín 6. Noviembre de 2015

6.1. El rozamiento que experimenta una pequeña partícula en medio denso y viscoso como un aceite es de la forma $\vec{F}_r = -\gamma\vec{v}$. Se construye un sensor de balística, en el que una bala de masa m impacta horizontalmente en un bloque de gelatina en el que se cumple la ley anterior. Se sabe que la bala recorre una distancia b hasta pararse. Demuestre que la cantidad $mv + \gamma x$ es una constante de movimiento y a partir de ella determine la velocidad inicial de la bala.

6.2. Una partícula de masa m describe el movimiento rectilíneo y uniforme

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$

Demuestre que su cantidad de movimiento, su momento cinético respecto al origen de coordenadas y su energía cinética permanecen constantes. Halle el valor de estas tres cantidades.

6.3. Una partícula de masa m describe el movimiento expresado en cilíndricas

$$\rho = \sqrt{A + Bt^2} \quad \varphi = \arctg\left(t\sqrt{B/A}\right) \quad z = 0$$

Determine si se conserva la cantidad de movimiento, el momento cinético respecto al origen de coordenadas y la energía cinética. En su caso, halle el valor de las constantes.

Responda a las mismas preguntas para el movimiento helicoidal

$$\rho = A \quad \varphi = \omega t \quad z = v_0 t$$

6.4. Calcule el trabajo realizado por la gravedad cuando una partícula de masa m que pasa de estar a una altura $2R$ a estar al nivel del suelo (a) si el movimiento es una recta vertical (b) Desciende a lo largo de una semicircunferencia de radio R .

Calcule igualmente el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento seco sobre una masa m que se hace deslizar por una mesa horizontal con la cual tiene un coeficiente de rozamiento μ , si (a) el movimiento es a largo de un segmento de longitud $2R$, (b) el deslizamiento es a largo de una semicircunferencia de radio R .

6.5. Una partícula de masa $m = 0.50$ kg se encuentra sometida exclusivamente a una fuerza que satisface la ley de Hooke $\vec{F} = -k\vec{r}$ con $k = 2.00$ N/m, siendo su posición y velocidad iniciales $\vec{r}_0 = (-12.0\vec{i} + 11.0\vec{j})$ m y $\vec{v}_0 = (-8.0\vec{i} + 24.0\vec{j})$ m/s

(a) Calcule el momento cinético de la partícula respecto al origen de coordenadas

(b) Halle la energía mecánica de la partícula

(c) Determine las distancias máxima y mínima a las que pasa del origen, así como la rapidez máxima y mínima que alcanza

6.6. Empleando la ley de conservación de la energía, determine la velocidad con la que un péndulo simple de masa m y longitud L pasa por su punto más bajo, como función del ángulo máximo θ_0 con el que se separa de la vertical.

Compare este resultado con el que se obtiene empleando la aproximación lineal. Determine el error relativo cometido con esta aproximación para $\theta_0 = 10^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$, ... $\theta_0 = 90^\circ$

Determine la tensión de la cuerda en el punto más bajo y en el punto de máxima separación de la vertical. en función del ángulo θ_0

6.7. Haciendo *puenting* (*bungee jumping* en inglés), Alberto, de 75 kg, se deja caer desde el pretil de un puente situado a 70 m de altura sobre un río empleando una cuerda elástica de 30 m.

(a) Determine la constante elástica k que debe tener la cuerda para que Alberto llegue a rozar el agua del río.

(b) Si, empleando la misma goma, se deja caer Benito, de 90 kg, ¿con qué rapidez impactará con el agua? ¿Cuánta cuerda debería recoger si quiere llegar él también rozando al agua?

6.8. Se tiene un aro circular de radio R situado verticalmente. Determine la velocidad que debe comunicarse a una partícula de masa m situada en el punto más bajo del aro para que sea capaz de llegar hasta el punto más alto si la partícula es:

(a) Una anilla ensartada en el aro

(b) Una bolita que desliza por el interior del aro, sin estar unida a él.

Calcule la reacción que ejerce el aro sobre la partícula en el punto más bajo y en el más alto, para los dos casos anteriores. Desprecie el rozamiento en todos los casos.

6.9. Una partícula de masa m se encuentra inicialmente en reposo en el punto superior de una esfera de radio R apoyada en el suelo. La partícula desliza sin rozamiento sobre la superficie de la esfera.

(a) Determine el punto de la esfera en el que la partícula se despega de ella.

(b) ¿Qué rapidez tiene la partícula en el momento en que impacta con el suelo?

6.10. Se define la velocidad de escape de un campo gravitatorio como aquella que permite llegar al infinito con velocidad nula. Sabiendo que la energía potencial gravitatoria tiene la expresión

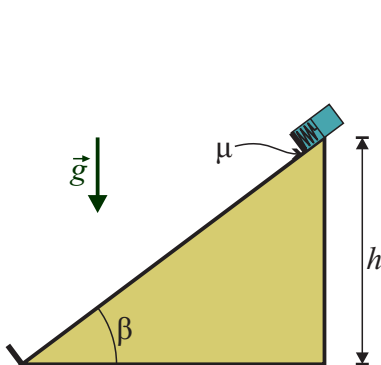
$$U(\vec{r}) = -\frac{GMm}{|\vec{r}|}$$

(a) Determine la velocidad de escape que debe tener un cuerpo de masa m para salir de un campo gravitatorio hacia el espacio exterior si inicialmente se encuentra a una distancia R del centro del planeta.

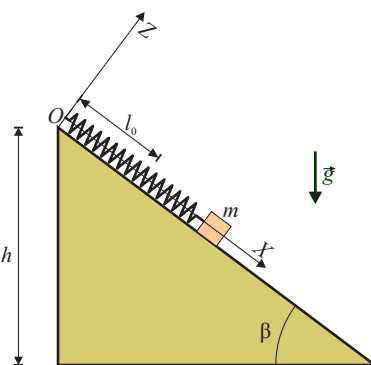
(b) Halle los valores numéricos para el caso de la superficie terrestre, la lunar y la marciana. Calcule asimismo el valor para el caso de un satélite situado a la misma distancia del Sol que la Tierra y que desea escapar del campo gravitatorio de aquél.

(c) Determine el radio que debería tener el Sol para que ni la luz pudiera escapar de él.

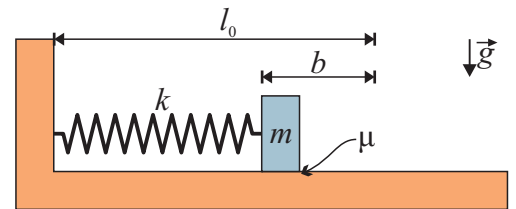
- 6.11.** Un bloque de 500 g se encuentra en lo alto de un plano inclinado de 120 cm de altura y una pendiente del 75%. En el extremo inferior del plano se encuentra un resorte que hace rebotar a la masa elásticamente (sale con la misma rapidez con la que llega). Se suelta la masa, dejándola deslizarse por el plano.
- Suponga que no hay rozamiento entre la masa y el plano. ¿Con qué rapidez llega al punto más bajo? ¿Hasta que altura vuelve a subir tras rebotar en el resorte?
 - Suponga ahora un coeficiente de rozamiento (estático y dinámico) $\mu = 0.25$
 - ¿Cuál es la rapidez al llegar al punto más bajo del plano?
 - ¿Cuánta energía se ha disipado en el descenso?
 - ¿Hasta que altura vuelve a ascender tras el rebote? ¿Cuánta energía se disipa en el ascenso?
 - Represente el comportamiento del bloque en una curva de potencial, empleando como energía potencial la gravitatoria.
- 6.12.** Un bloque de peso $mg = 40 \text{ N}$ se encuentra sobre un plano inclinado de altura $h = 1.2 \text{ m}$ y pendiente del 75%. El bloque se encuentra atado al punto superior del plano por un resorte de constante $k = 30 \text{ N/m}$ y longitud natural $l_0 = 20 \text{ cm}$. Para hacer el estudio se considera el sistema de ejes indicado en la figura.
- Suponiendo que no existe rozamiento entre el bloque y el plano, determine la distancia x_{eq} a la que la masa se queda en equilibrio.
 - Suponga que inicialmente el bloque se encuentra sujeto a una distancia igual a la longitud natural del resorte y en ese momento se suelta. ¿Cuánto vale su rapidez cuando pasa por la distancia de equilibrio x_{eq} ? ¿Cuál es la distancia máxima x_{max} a la que llega el bloque?
 - Suponga ahora que existe un coeficiente de rozamiento estático $\mu = 0.25$ entre el bloque y el plano. ¿Entre qué valores de x puede situarse la masa en reposo, quedándose en equilibrio?



Problema 6.11



Problema 6.12



Problema 6.15

6.13. Calcule la potencia requerida en un automóvil de 1200 kg en las siguientes circunstancias:

- El automóvil sube una pendiente del 6% con rapidez constante de 80 km/h
- El automóvil acelera en un llano de 100 km/h a 120 km/h en 6.0 s.

Suponga que la fuerza de rozamiento promedio es aproximadamente constante e igual a 600 N.

6.14. Trace la curva de energía potencial para un péndulo rígido de longitud L del que cuelga una masa m , en función del ángulo θ con el que se separa de la vertical. Suponga que el punto más bajo corresponda a $U = 0$. A la vista de la curva,

- ¿Qué puntos de equilibrio existen? ¿Son estables o inestables?
- ¿Cómo es el movimiento si la energía mecánica vale mgL ? ¿Y si vale $3mgL$?

6.15. El problema **5.12** puede analizarse de forma sencilla empleando el análisis de la energía mecánica. Es decir, se tiene una masa $m = 5.00$ kg atada a un resorte de constante $k = 10.0$ N/m y longitud en reposo $l_0 = 150$ mm. La masa reposa sobre una superficie horizontal sobre la que existe un pequeño coeficiente de rozamiento $\mu = 0.10$. El muelle se comprime una cantidad $b = 50$ mm respecto a su posición de equilibrio.

- Ignorando previamente el rozamiento, trace la curva de energía potencial e indique como se representa en esta gráfica el movimiento sin rozamiento, para la misma condición inicial.
- Suponga ahora la presencia de rozamiento. ¿Qué trabajo realiza esta fuerza desde la posición inicial hasta que la partícula llega a una cierta posición x ? Desde el punto de vista de la energía mecánica, ¿cómo varía esta con x ? ¿Cómo se representa esta variación en la curva de potencial del apartado anterior? ¿En qué punto se detiene la partícula?
- Una vez que la partícula comienza el movimiento de retroceso, ¿para donde apunta la fuerza de rozamiento? ¿qué trabajo realiza como función de la posición? ¿Cómo queda la gráfica de la energía mecánica?
- ¿Cómo quedan gráficamente los sucesivos rebotes?
- ¿En qué momento se detiene la partícula? ¿Cómo se expresa esa condición gráficamente?

6.16. Una partícula de masa m es lanzada desde $\vec{r}_0 = h\vec{k}$ con velocidad $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$. Se mueve por acción de la gravedad $\vec{g} = -g\vec{k}$ sin rozamiento. Cuando la partícula impacta con el suelo $z = 0$ experimenta una colisión inelástica tal que:

- la componente de la velocidad tangente al suelo no cambia.
- la componente perpendicular al suelo cambia de signo.

La partícula vuelve a ascender y caer, rebotando de nuevo, etc. Indique cómo serían las gráficas, como función del tiempo de:

- la componente x de la cantidad de movimiento.
- la componente z de la cantidad de movimiento.
- la energía potencial debida al peso.

- (d) la energía cinética.
- (e) la energía mecánica.

6.17. Una partícula de masa 1 mg que se mueve uniformemente en el plano XY sobre la recta $y = 30$ cm con rapidez constante $v_0 = 1.0$ m/s procedente de $x = +\infty$ colisiona con un obstáculo circular de radio $R = 50$ cm centrado en el origen de coordenadas. En la colisión

- la componente de la velocidad tangente al obstáculo no cambia.
- la componente perpendicular al obstáculo cambia de signo.

- (a) Halle la velocidad antes y después de la colisión.
- (b) calcule como cambian en la colisión (1) la cantidad de movimiento, (2) el momento cinético respecto al origen y (3) la energía cinética.

6.18. Una partícula cargada de masa 0.01 kg debe atravesar un campo eléctrico localizado en una zona del espacio, de forma que en su movimiento experimenta una fuerza $\vec{F} = qE(x)\vec{i}$ tal que

$$qE(x) = \begin{cases} qE_0 & |x| < b \\ 0 & |x| > b \end{cases}$$

con $qE_0 = 20$ mN y $b = 2.0$ m. La partícula se mueve sobre el eje OX, partiendo de $x_0 = -3$ m con velocidad $v_0 = +3$ m/s.

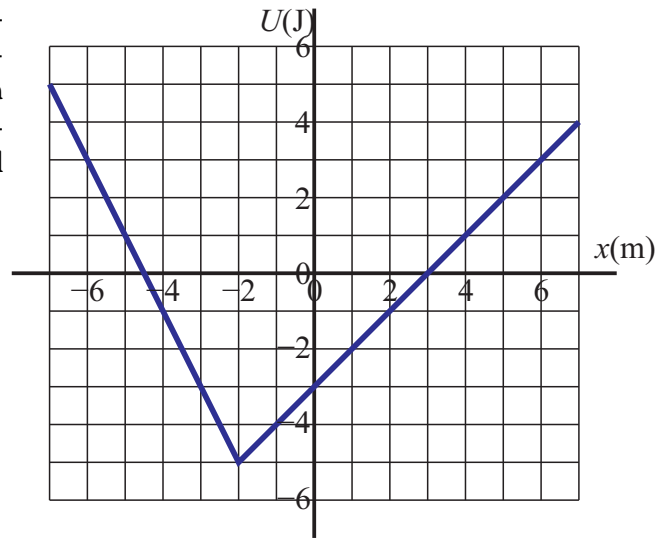
- (a) ¿Llega la partícula hasta $x_1 = +5$ m?
 - i. Si es así, ¿cuál es su rapidez cuando pasa por ese punto? ¿Cuál es la velocidad media del trayecto?
 - ii. Si no es capaz de llegar hasta x_1 , ¿cuál es el valor máximo de x al que llega? ¿Cuánto vale su rapidez cuando vuelve a pasar por x_0 ?
- (b) Repita la respuesta estas preguntas para el caso de una partícula de la misma masa pero carga opuesta, es decir, cambiando q por $-q$.

6.19. Una partícula de masa m describe el movimiento plano

$$\rho = A \sin(\Omega t) \quad \varphi = \Omega t \quad t \in (0, \pi/\Omega)$$

- (a) Calcule la fuerza que actúa sobre la partícula en cualquier instante del intervalo.
- (b) Halle el impulso que experimenta entre $t = 0$ y $t = \pi/(2\Omega)$.
- (c) Demuestre que el momento cinético de la partícula respecto al origen no se conserva, pero respecto al punto $\vec{OA} = (A/2)\vec{j}$ sí.
- (d) Calcule la energía cinética de la partícula. ¿Se conserva esta cantidad?

Una partícula de masa $m = 1 \text{ kg}$ se mueve a lo largo del eje OX , sometida a la acción de una fuerza conservativa cuya energía potencial es la de la gráfica. Inicialmente se encuentra en $x = 2 \text{ m}$ moviéndose hacia el semieje OX negativo con velocidad $v_0 = 2 \text{ m/s}$.



T6.1 ¿En qué punto se detiene por primera vez?

- A. En $x = 3 \text{ m}$.
- B. En $x = 4 \text{ m}$.
- C. No se detiene nunca.
- D. En $x = -5 \text{ m}$.

T6.2 ¿Qué tipo de movimiento describe la partícula entre $x = -2 \text{ m}$ y un punto de retorno?

- A. Uniformemente acelerado.
- B. Sigue una ley complicada sin nombre específico.
- C. Uniforme.
- D. Armónico simple.

T6.3 Suponga que la masa se ve sometida adicionalmente a una fuerza de rozamiento que la va frenando hasta detenerla por completo. ¿Cuánta energía se disipa hasta que se detiene?

- A. 5 J.
- B. 6 J.
- C. 1 J.
- D. 2 J.

T6.4 La potencia total desarrollada sobre una partícula por las fuerzas aplicadas es siempre igual a...

- A. dU/dt .
- B. $dK/dt + dU/dt$.
- C. dK/dt .
- D. $-dU/dt$.

Una partícula de masa m que se mueve sobre el eje x se encuentra sometida a una fuerza conservativa que verifica la ley

$$\vec{F} = \begin{cases} +F_0 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -F_0 & x < 0 \end{cases}$$

T6.5 Tomando como origen de potencial $x = 0$, ¿cuál es la expresión de la energía potencial de la partícula?

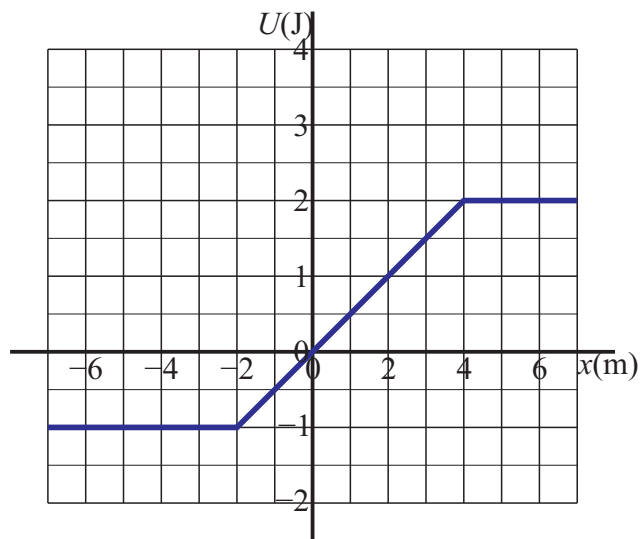
- A. $U = 0$
- B. $U = F_0|x|$
- C. $U = -F_0x^2/2$
- D. $U = -F_0|x|$

T6.6 Para esta partícula la posición $x = 0$. . .

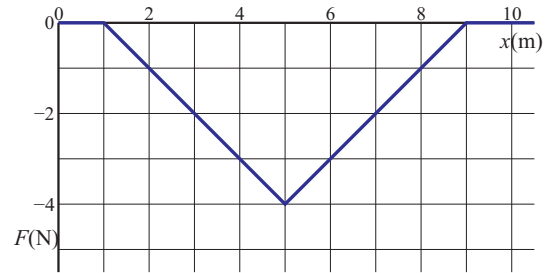
- A. es de equilibrio indiferente.
- B. es de equilibrio estable.
- C. es de equilibrio inestable.
- D. no es de equilibrio.

T6.7 Una partícula de 2 kg se encuentra sometida a la energía potencial de la gráfica. Cuando se encuentra en $x = -4$ m tiene una velocidad de +2 m/s. ¿Qué velocidad tiene cuando se encuentra en $x = +6$ m?

- A. +1 m/s
- B. -1 m/s
- C. Es imposible que llegue a $x = +6$ m.
- D. No hay información suficiente para responder la pregunta.

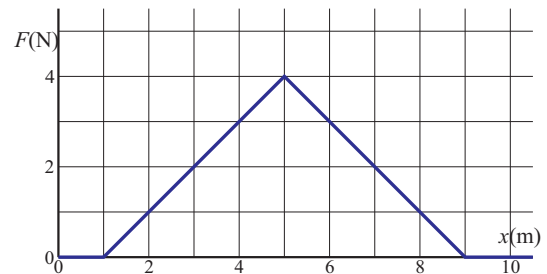


T6.8 Una partícula de masa 2 kg se mueve por el eje OX de forma que cuando pasa por $x = 0$ su velocidad es +3 m/s. Sobre la partícula actúa una fuerza en la dirección del mismo eje, $\vec{F} = F(x)\vec{i}$ cuya gráfica es la de la figura.
¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando pasa por $x = 10$ m?



- A. +5 m/s.
- B. Es imposible que llegue a ese punto.
- C. +3 m/s.
- D. +11 m/s.

T6.9 Una partícula de masa 2 kg se mueve por el eje OX de forma que cuando pasa por $x = 0$ su velocidad es +3 m/s. Sobre la partícula actúa una fuerza en la dirección del mismo eje, $\vec{F} = F(x)\vec{i}$ cuya gráfica es la de la figura.
¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando pasa por $x = 10$ m?



- A. Es imposible que llegue a ese punto.
- B. +3 m/s.
- C. +11 m/s.
- D. +5 m/s.

T6.10 Para una partícula sometida a fuerzas conservativas y no conservativas, que desarrollan potencias P_c y P_{nc} , respectivamente. Indique a qué equivale la cantidad

$$\frac{d}{dt}(K + U)$$

- A. $P_c + P_{nc}$
- B. P_c
- C. P_{nc}
- D. 0

T6.11 En el movimiento de una partícula sometida exclusivamente a una fuerza central $\vec{F} = f(|\vec{r}|)\vec{u}_r$, ¿qué magnitud no se conserva?

- A. La energía mecánica.
- B. La masa.
- C. El momento cinético respecto al origen de coordenadas.
- D. La cantidad de movimiento.

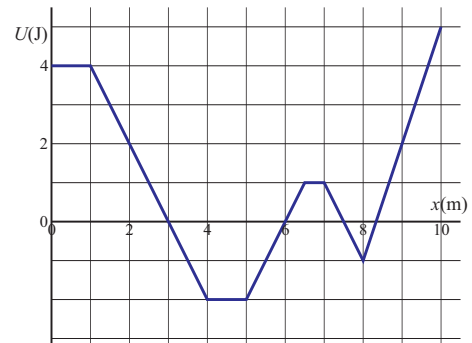
T6.12 Tres proyectiles se lanzan desde lo alto de una torre de altura H y con la misma rapidez inicial v_0 . El proyectil "1" se lanza con un ángulo de elevación 30° respecto a la horizontal, el "2" en dirección puramente horizontal y el "3" con uno de 30° por debajo de la horizontal. ¿Cuál de los tres tendrá una mayor rapidez cuando impacte con el suelo, situado en $z = 0$? Despréciase el rozamiento con el aire.

- A. El 3.
- B. El 2.
- C. Los tres la misma.
- D. El 1.

Una partícula de 1 kg se mueve sometida exclusivamente a una fuerza conservativa cuya energía potencial es la ilustrada en la figura:

T6.13 Si la partícula parte de $x = 3$ m con una rapidez de 2 m/s, ¿qué distancia recorre hasta que se para por primera vez?

- A. 3 m
- B. No hay información suficiente para saberlo.
- C. 1 m
- D. 6 m



T6.14 ¿Cuánto vale la fuerza $\vec{F} = F\vec{i}$, ejercida sobre la partícula en su posición inicial?

- A. $F = -2$ N/m
- B. Es nula
- C. $F = +2$ N/m
- D. No hay información suficiente para saberlo.