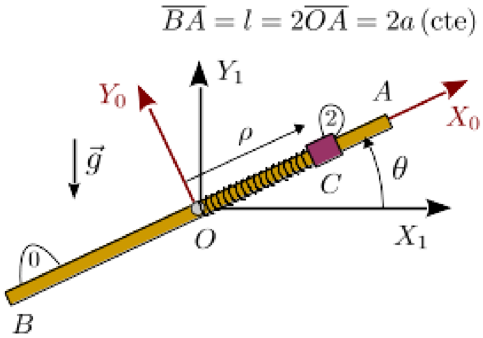
Departamento de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Camino de los Descubrimientos s/n
41092 Sevilla

MECÁNICA RACIONAL, 2° CURSO, INGENIERÍA CIVIL, 2017/18

BOLETÍN DE PROBLEMAS DEL TEMA 11: DINÁMICA IMPULSIVA

1. Una bola de tenis es golpeada mediante una percusión que dura $\Delta t = 15.00\,\mathrm{ms}$. Tras ella adquiere una velocidad de $108\,\mathrm{km/h}$. Su masa es de $60.0\,\mathrm{g}$. Obtén el valor de la percusión, el de la fuerza percutora media y compáralo con el peso de la bola.

2. Tenemos el sistema de la figura, ya analizado en el tema anterior. Supongamos que las cooordenadas generalizadas ρ y θ son libres, con las condiciones iniciales $\rho(0^-) = a/2$, $\theta(0^-) = 0$, $\dot{\rho}(0^-) = 0$, $\dot{\theta}(0^-) = 0$. El sistema se pone en movimiento gracias a una percusión $\vec{\hat{F}} = [\hat{F}_x,\, \hat{F}_y,\, 0]_1$ aplicada en el punto A. Utilizando los métodos vectoriales y analíticos, encuentra las velocidades generalizadas justo después de la percusión, así como $\omega_0 = \omega_0(\vec{\hat{F}})$.



3. Calcula la altura respecto al tapete a la que hay que golpear horizontalmente una bola de billar de radio R y masa m para que ruede sin deslizar sobre el tapete.

4. El mecanismo de la figura está formado por una varilla delgada OA (sólido "2"), de masa m y longitud L, y un resorte ideal de constante recuperadora k y longitud natural nula. El extremo O de la varilla está unido mediante una rótula ideal al origen de un sistema de referencia fijo $OX_1Y_1Z_1$ (sólido "1"). El otro extremo A de la varilla está conectado mediante el resorte a un pasador C de masa despreciable que puede deslizar libremente y sin rozamiento por el eje vertical OZ_1. En todo momento la orientación del eje del resorte es perpendicular a OZ_1. Todos los vínculos son lisos. Se recomiento utilizar las coordenadas generalizadas θ y ϕ indicadas en la figura.

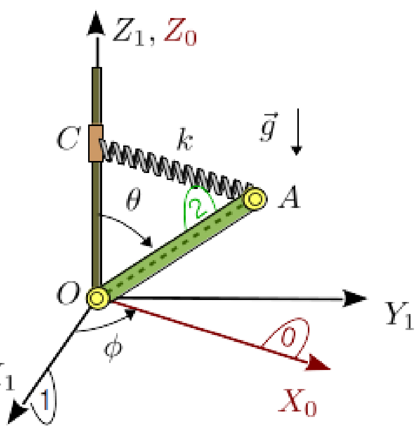
   En el instante inicial $t = 0$, el sistema se halla en reposo en la posición $\theta(0) = \pi/4$, $\phi(0) = 0$. Recibe entonces una percusión $\vec{\hat{F}} = [\hat{F}_x,\, \hat{F}_y,\, 0]_1$ en el extremo A. Justo después de la percusión tenemos $\dot{\theta}(0^+) = 3\Omega/\sqrt{2}$, $\dot{\phi}(0^+) = 3\sqrt{2}\Omega$, donde Ω es una constante conocida. calcula

   a) El valor de la percusión.

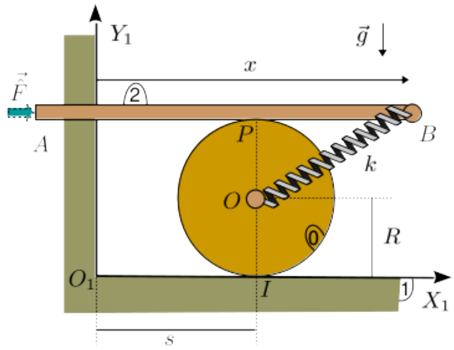
   b) Las energías cinética y potencial del sistema.

   c) SUPUESTO 1: Suponiendo $\{\theta, \phi\}$ libres, obtén las ecuaciones del movimiento en forma de integrales primeras.

   d) SUPUESTO 2: Si se aplica un par motor externo $\vec{\tau} = \tau\,\vec{k}_0$ al sólido "2" que le obliga a rotar con velocidad angular $\dot{\phi} = \omega_0$ constante, obtén el valor del par motor y la nueva integral primera del movimiento.



5. El sistema de la figura consta de un disco homogéneo de masa m, centro O y radio R (sólido "0"), y una barra homogénea $\overline{AB}$ de masa $M = 3m/8$, longitud L y espesor despreciable (sólido "2"). Un resorte ideal de longitud natural nula y constante recuperadora k conecta el centro O del disco con el extremo B de la barra. Ambos sólidos están siempre contenidos en el plano vertical fijo $O_1X_1Y_1$ (sólido "1"). El disco rueda sin deslizar sobre el eje horizontal O_1X_1, mientras que la barra se desplaza manteniéndose paralela a dicho eje y en contacto tangente con el perímetro del disco. Utilizando como coordenadas generalizadas la variables $\{x, s\}$, y asumiendo que la posición del sistema en instante inicial $t = 0$, viene dada por las condiciones $x(0) = s(0) = R$, responde a las siguientes cuestiones:



a) Determina las energías cinética y potencial del sistema.

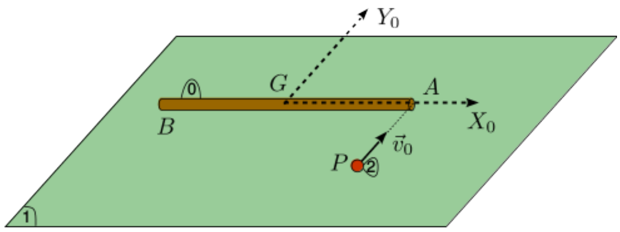
b) Imponiendo la condición de que la barra $\overline{AB}$ **no desliza** sobre el perímetro del disco:

1) Demuestra que esta condición está caracterizada por una expresión de la forma $C\dot{x} + D\dot{s} = 0$. Encuentra el valor de las constantes C y D.

2) Obtén la ecuación del movimiento y el valor del multiplicador de Lagrange asociado a dicho vínculo.

c) Supón que el sistema se pone en movimiento porque, hallándose inicialmente en reposo, recibe una percusión $\hat{\vec{F}} = \hat{F}\,\vec{\imath}_1$ en el extremo A de la barra. Obtén razonadamente la integral primera del movimiento. ¿Que distancia recorre el centro del disco antes de detenerse?

6. Una partícula P (sólido "2") y una barra homogénea BC (sólido "0"), de longitud $L = 2a$, ambos de masa m, se encuentran apoyados sobre un plano horizontal liso (sólido "1"). Estando la barra en reposo en las condiciones de la figura, sufre un choque con P que se acerca perpendicularmente a ella con velocidad $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{\jmath}_0$. Definimos el sistema completo $S \equiv "0" \cup "2"$. Calcula el estado cinemático del sistema posterior al choque, la percusión recibida por la barra, y la pérdida de energía en los siguientes supuestos:



a) Choque totalmente plástico (ambos sólidos quedan empotrados después del choque)

b) Choque totalmente elástico (no hay pérdidas de energía durante el choque)

c) Choque inelástico con un coeficiente de restitución e.

7. Un péndulo consta de un hilo inextensible de longitud L y una masa puntual en un extremo de masa m. El otro extremo del hilo está atado a un punto O. La masa se deja caer verticalmente, con velocidad inicial nula, de modo que la distancia entre su trayectoria y el punto O es $d < L$. Encuentra la velocidad de la masa justo después de que la cuerda se tense. Calcula la fureza percusiva ejercida por la cuerda y el trabajo realizado por esta durante la percusión.

8. Un aro homogéneo de masa m y radio R impacta en una superficie horizontal. La velocidad de su centro de masas justo antes del impacto es $\vec{v}_0 = v_{0x}\,\vec{\imath} + v_{0y}\,\vec{\jmath}$, y el vector rotación es $\vec{\omega}_0 = \omega_0\,\vec{k}$. El eje X es paralelo a la superfice y el eje Y vertical a ella. Después del impacto el disco rueda sin deslizar sobre la superficie. Calcula el vector rotación y la velocidad del centro de masas justo después del impacto, así como la percusión ejercida por el suelo. Considera el movimiento posterior en estas tres situaciones

a) $v_{0x} > 0$, $v_{0y} < 0$, $w_0 = 0$.

b) $v_{0x} = 0$, $v_{0y} < 0$, $w_0 > 0$.

c) $v_{0x} = 0$, $v_{0y} < 0$, $w_0 < 0$.