OSCILACIONES

1. M.A.S.: CINEMÁTICA Y DINÁMICA

$x(t) = x_0 + A\cos(\omega t+\phi) = x_0 + A\,\mathrm{sen}(\omega t+\phi')$

$\quad = x_0 + C_1\cos\omega t + C_2\,\mathrm{sen}\,\omega t.$

$A \equiv$ Amplitud ; $\alpha(t) = \omega t+\phi$ Fase ; $\phi \equiv$ fase inicial.

La fase es lineal con $t \rightarrow$ M.A.S. es periódico.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$\dot{x} = -A\omega\,\mathrm{sen}(\omega t+\phi) = \boxed{A\omega}\cos\left(\omega t+\phi+\frac{\pi}{2}\right)$

↳ celeridad máxima.

$\ddot{x} = -A\omega^2\cos(\omega t+\phi) = \boxed{A\omega^2}\cos(\omega t+\phi+\pi)$

↳ Aceleración máxima.

$\ddot{x} = -\omega^2(x-x_0) \leftarrow$ Ecuación diferencial del m.a.s.

DINÁMICA DEL M.A.S. LIBRE

$\vec{F}_e = -kx\vec{i}$ $\quad \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

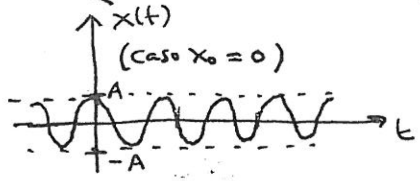
$t=0 \begin{cases} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{cases}$ $\quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ frecuencia propia.

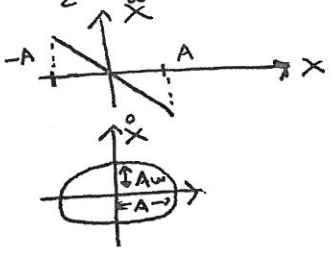
Solución: $x(t) = C_1\cos\omega_0 t + C_2\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t.$

C_1 y C_2 se obtienen a partir de $x(0)$ y $\dot{x}(0)$:

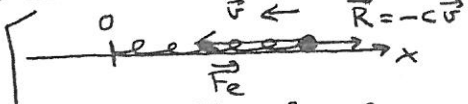
$C_1 = x(0)$; $C_2 = \dfrac{\dot{x}(0)}{\omega_0}.$

$\vec{F}_e$ conservativa, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$. $E = E_c + E_p$ es constante.





2. OSCILADOR LIBRE AMORTIGUADO



Ecuación: $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

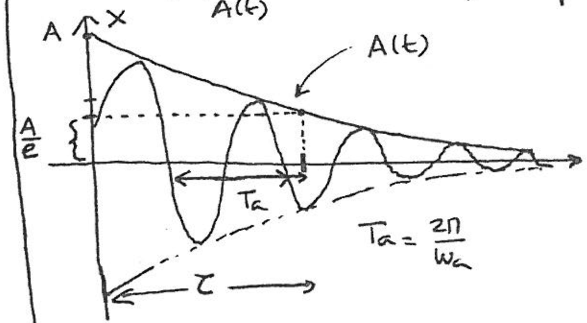
$\gamma \equiv \frac{c}{m}$ constante de amortiguamiento

Casos:	Amortiguamiento	Mov.
$\gamma > 2\omega_0$	Supercrítico	Sobreamortiguado
$\gamma = 2\omega_0$	Crítico	
$\boxed{\gamma < 2\omega_0}$	Subcrítico	Subamortiguado

↳ Condición de oscilación.

Movimiento Subamortiguado

$x(t) = \underbrace{Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}}_{A(t)}\cos(\omega_a t+\phi)$; $\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$



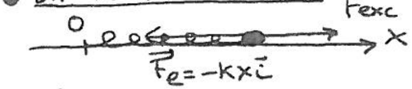
$\tau = \frac{2}{\gamma}$ tiempo de amortiguamiento

$\ln\dfrac{A(t)}{A(t+T_a)} = \dfrac{\gamma T_a}{2} \equiv \Delta \rightarrow$ decremento logarítmico

$\dfrac{\tau}{T_a} = \dfrac{1}{\Delta} = \dfrac{Q}{\pi}\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}$; $Q = \dfrac{\omega_0}{\gamma}$ Factor de calidad

3. OSCILADOR FORZADO

• SIN AMORTIGUAMIENTO



$\vec{F}_{exc} = F_0\cos\omega t\,\vec{i}$

Ecuación: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$

Solución: $x(t) = x_f(t) + x_\ell(t)$

$x_f(t) = \dfrac{F_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)}\cos\omega t$

$x_\ell(t) = C_1\cos\omega_0 t + C_2\,\mathrm{sen}\,\omega_0 t$

• CON AMORTIGUAMIENTO

Ecuación: $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$

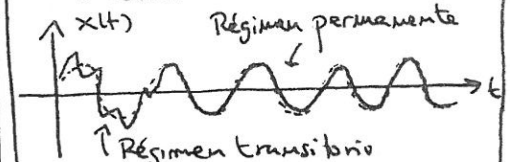
Solución: $x(t) = x_E(t) + x_T(t)$

$x_E(t) = A(\omega)\cos(\omega t + \phi(\omega))$

↳ Término estacionario

$x_T(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}[C_1\cos\omega_a t + C_2\,\mathrm{sen}\,\omega_a t]$

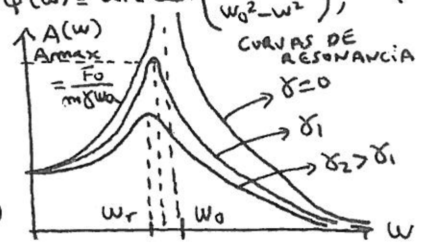
↳ término transitorio



Rég. permanente $x(t) \simeq x_E(t)$

$A(\omega) = \dfrac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+\gamma^2\omega^2}}$

$\phi(\omega) = \arctan\left(\dfrac{-\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)$; $\mathrm{Sen}\,\phi < 0$



$A(\omega_r) = \dfrac{F_0}{m\gamma\omega_a}$; $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{2}}$

frecuencia de resonancia ($A(\omega_r)$ es máxima)