

## Práctica 14. Leyes de Kirchhoff

### 1. Objeto de la práctica

En esta práctica se comprobarán experimentalmente las leyes de Kirchhoff para circuitos eléctricos mediante las medidas en varias asociaciones de resistores.

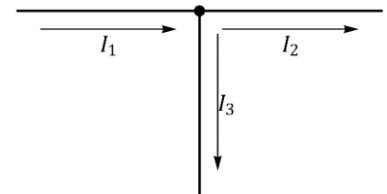
### 2. Fundamento teórico

#### 2.1 Leyes de Kirchhoff

Las leyes de Kirchhoff representan una aproximación de las ecuaciones de Maxwell para el caso de los circuitos formados por elementos localizados (condensadores, resistores, inductores...) que se pueden tratar separadamente.

##### 2.1.1. Primera ley de Kirchhoff

La primera ley de Kirchhoff es una consecuencia inmediata de la ley de conservación de la carga. Nos dice que para un nodo (punto de un circuito donde se unen varias ramas) la suma de las intensidades de corriente que entran en el nodo debe ser igual a la suma de las que salen del nodo.



$$\sum_{\text{entran}} I_i = \sum_{\text{salen}} I_i \quad (1)$$

Así, por ejemplo, para una T en la que la corriente entra por una rama y se bifurca en dos tendremos

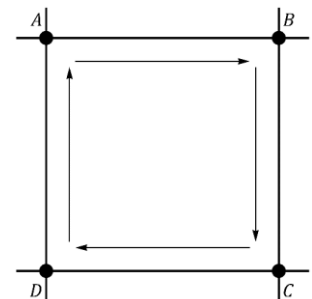
$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (2)$$

##### 2.1.2. Segunda ley de Kirchhoff

La segunda ley establece que cuando recorremos una malla, la suma de los voltajes en cada rama es nula.

$$\sum_i \Delta V_i = 0 \quad (3)$$

Así, por ejemplo, para una malla cuadrada, tenemos



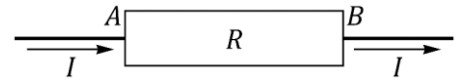
$$\sum_{i=1}^4 \Delta V_i = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0 \quad (4)$$

En cada rama podrá haber resistores, condensadores, bobinas o cualquier otro elemento de circuito, cada uno con su voltaje correspondiente.

## 2.2 Resistores y resistencias

### 2.2.1. Ley de Ohm

Un resistor es un elemento de circuito que se caracteriza porque cumple la ley de Ohm. Este dispositivo tiene dos extremos, A y B. Si se considera que la intensidad de corriente entra por A y sale por B, el voltaje entre estos dos puntos cumple



$$\Delta V = V_A - V_B = IR \tag{5}$$

A la constante de proporcionalidad,  $R$ , se la denomina la resistencia del elemento. Es una cantidad siempre positiva. A menudo, por abuso del lenguaje, a los resistores se los denomina simplemente resistencias.

A partir de esta expresión es inmediato el valor de una resistencia dada la intensidad que circula por ella y el voltaje entre sus extremos

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} \tag{6}$$

### 2.2.2. Cortocircuito y circuito abierto

Dos casos particulares ideales de resistores son el circuito abierto y el cortocircuito.

Un circuito abierto es una interrupción en el circuito, de manera que la corriente no puede circular por ella. Equivale a un resistor de resistencia infinita. Entre los extremos del circuito abierto puede haber cualquier voltaje.



$$R \rightarrow \infty \quad I = 0 \tag{7}$$

Un cortocircuito es una conexión sin resistencia. Entre los extremos de este elemento no hay voltaje, pero por él puede circular cualquier intensidad de corriente,



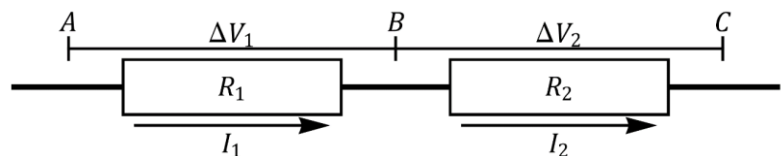
$$R \rightarrow 0 \quad \Delta V = 0 \tag{8}$$

## 2.3 Resistores en serie y en paralelo

Cuando se conectan varios resistores forman una asociación. Dependiendo de cómo se conecten pueden estar en serie, en paralelo, o ninguna de las dos cosas.

### 2.3.1. Resistores en serie

Dos elementos de circuito están en serie cuando están conectados por uno de sus extremos y del nodo de conexión no sale ninguna rama adicional.



Por la primera ley de Kirchhoff, la intensidad de corriente que sale del primer elemento es la misma que entra en el segundo, mientras que el voltaje en la asociación es la suma de los voltajes en cada elemento

$$I = I_1 = I_2 \quad \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \tag{9}$$

En el caso concreto de resistores puestos en serie, al sustituir la ley de Ohm queda

$$\Delta V = I(R_1 + R_2) \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (10)$$

es decir, la asociación se comporta como un único resistor con resistencia la suma de las dos individuales.

Si medimos el voltaje en cada uno de los resistores en serie resulta

$$\Delta V_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R_{eq}} \Delta V \quad \Delta V_2 = IR_2 = \frac{R_2}{R_{eq}} \Delta V \quad (11)$$

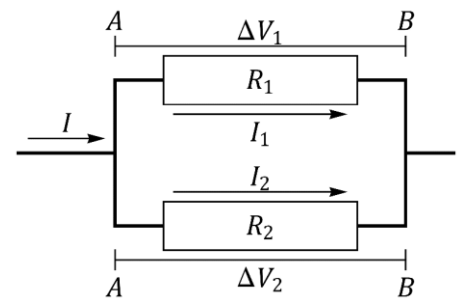
El voltaje se reparte entre los dos resistores, siendo mayor en el de mayor resistencia. Este es el principio del divisor de tensión. Si tenemos un voltaje proporcionado por una fuente de 100 V, por ejemplo, pero solo necesitamos 25 V nos basta con poner en serie dos resistores con resistencias  $R_0$  y  $3R_0$ , de manera que en el primero de ellos cae un voltaje de  $\frac{1}{4}$  del total.

Las asociaciones en serie pueden extenderse a más de dos elementos puestos uno a continuación del otro. Para todos ellos la intensidad de corriente es la misma, mientras que el voltaje total es la suma de los voltajes individuales. Este voltaje total se reparte proporcionalmente en cada resistor según su resistencia.

### 2.3.2. Resistores en paralelo

Dos elementos de circuito están en paralelo cuando están conectados por sus extremos respectivos. Esto implica que los voltajes en ambos elementos son iguales. Por otro lado, la corriente que llega a la asociación se reparte entre las dos ramas. Por ello

$$I = I_1 + I_2 \quad \Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 \quad (12)$$



Una asociación de dos resistores en paralelo se comporta como un único elemento que satisface

$$I = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Delta V \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (13)$$

En una asociación en paralelo, la intensidad de corriente se reparte de manera inversamente proporcional a la resistencia de cada rama

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{R_{eq}}{R_1} I \quad I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{R_{eq}}{R_2} I \quad (14)$$

es decir, la mayor parte de la corriente se va por el camino de menor resistencia. Esta es la base del divisor de corriente. Si a partir de una intensidad dada queremos obtener una intensidad menor, debemos colocar en paralelo un resistor con la resistencia adecuada para llevarse el excedente de corriente.

### 2.3.3. Otras asociaciones

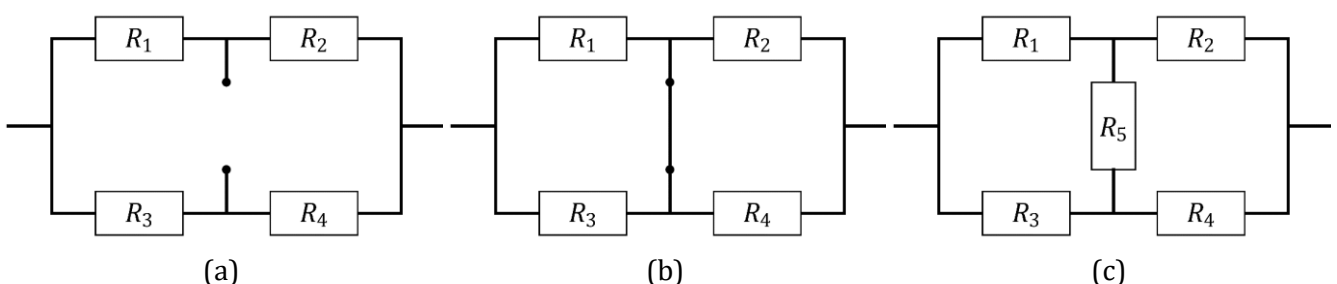


Figura 1. Tres sistemas de dos mallas.

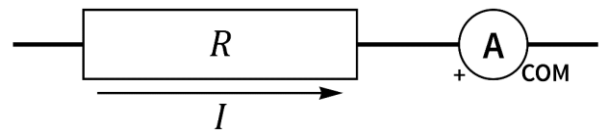
Las asociaciones en serie y en paralelo se pueden combinar de diferentes maneras, pero también existen disposiciones de resistores que no son ni en serie ni en paralelo. Así,

- En la figura 1.a tenemos una asociación en paralelo de dos asociaciones en serie.
- En la figura 1.b tenemos una asociación en serie de dos asociaciones en paralelo.
- En la figura 1.c, en cambio, tenemos una asociación que no es ni en serie ni en paralelo. Para estos casos existen diferentes métodos de solución para calcular las intensidades de corriente y los voltajes. En esencia consisten en resolver el sistema de ecuaciones que resulta de aplicar las leyes de Kirchhoff a cada nodo y a cada malla y la ley de Ohm a cada resistor.

## 2.4 Amperímetros y voltímetros

### 2.4.1. Amperímetros

Un amperímetro es un dispositivo para medir intensidades de corriente. Idealmente se comporta como un cortocircuito (resistor de resistencia nula). Debe colocarse en **serie** con el elemento cuya intensidad de corriente se quiere medir, de manera que la intensidad de corriente entre el amperímetro por la entrada correspondiente y salga de él por la entrada común (COM).



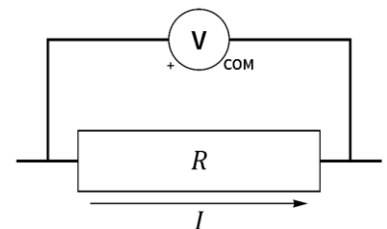
Si el resultado de la medida es negativo simplemente significa que la intensidad va en sentido contrario al supuesto. No hace falta modificar las conexiones.

Es muy importante que un amperímetro nunca se conecte en paralelo con el elemento cuya intensidad de corriente se quiere medir. Al ser un dispositivo de resistencia casi nula, la mayor parte de la corriente fluiría a través de él, dañando el aparato.

### 2.4.2. Voltímetros

Un voltímetro es un dispositivo para medir voltajes. Se conecta en **paralelo** con el elemento cuyo voltaje se quiere medir. El punto del elemento por el cual entra la corriente en él se conecta a la entrada del voltímetro mientras que el de salida se conecta a la entrada común (COM) del voltímetro.

Aunque es incorrecto, no es especialmente peligroso conectar un voltímetro en serie con el elemento. Simplemente no marcará nada.



Dado que la mayoría de los aparatos de medida pueden funcionar tanto como voltímetros como como amperímetros, según la escala que se elija, es muy importante elegir ésta antes de hacer la conexión en serie o en paralelo.

## 3. Material necesario para la realización de la práctica

- Un juego de 7 resistores
- Una fuente de tensión regulable
- Dos multímetros (uno como amperímetro y otro como voltímetro)
- Dos bases de montaje
- Seis puentes de conexión
- Nueve cables de conexión

## 4. Realización de la práctica

En lo que sigue, indicaremos los puntos de conexión en la base de montaje, según indica la figura 2. Como se van a usar dos bases, una al lado de la otra, etiquetaremos una de ellas por números sin prima y la otra con números con prima.

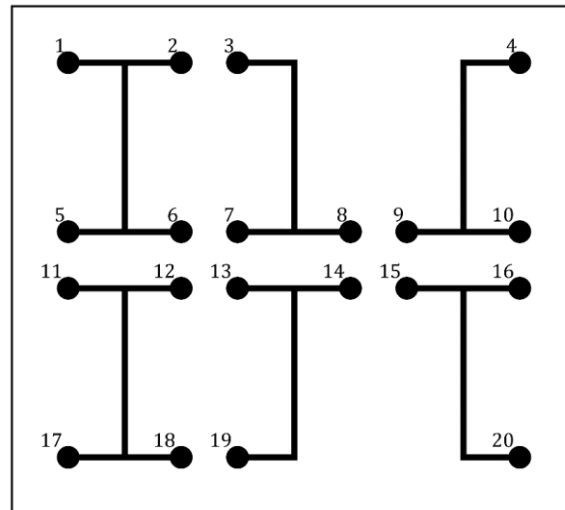


Figura 2. Base de montaje

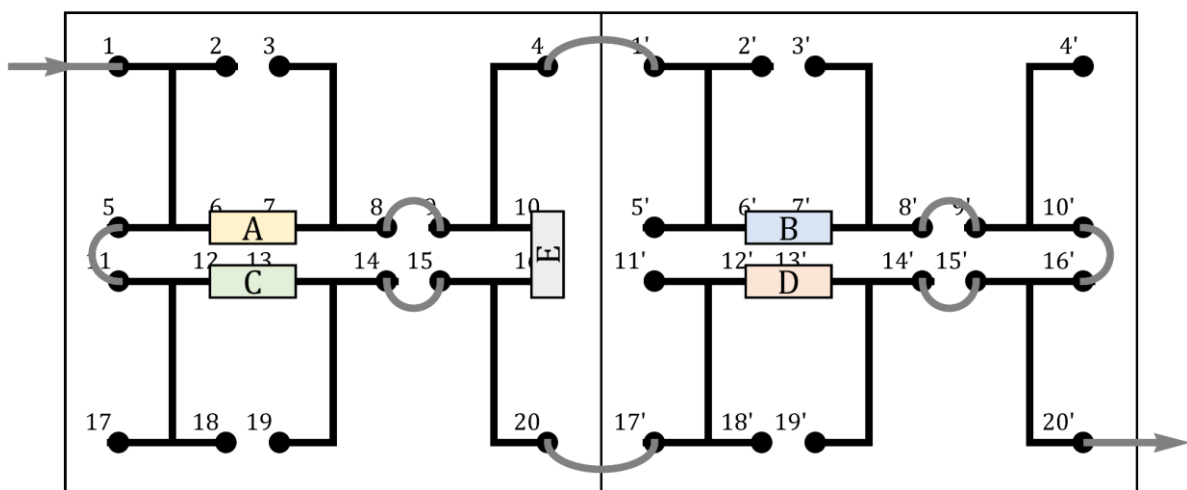


Figura 3. Sistema de dos mallas

Las tres series de medidas pueden hacerse de manera simultánea, simplemente cambiando lo que se conecta entre los nodos 10 y 16. Se trata de construir un circuito con dos mallas empleando (a) una resistencia pequeña de  $10\Omega$ , (b) una intermedia "E" y (c) una grande de  $10000\Omega$ . Por ello, puede hacerse toda la secuencia de medidas para un resistor y luego repetir la serie para el segundo y para el tercero, pero lo recomendable es que, para cada medida que haya que hacer, se toman tres datos sucesivos cambiando el resistor que se conecta entre los nodos 10 y 16. Esto implica ir rellenando las tres tablas a la vez.

### 4.1 Primera versión (resistor "E")

1. Es posible que encuentre el circuito ya montado. Si no, monte el circuito de la figura 3. Sobre las bases de montaje conecte los cuatro resistores A a D, los seis puentes de conexión (en 8-9, 14-15, 8'-9', 14'-15', 5-11 y) y los dos cables (en 4-1' y 20-17') indicados en dicha figura.
2. Coloque el resistor etiquetado como "E" en la posición indicada, entre los nodos 10 y 16.
3. Conecte la fuente a los nodos 1 (entrada) y 20' (salida).

4. Fije una tensión de 8.0 V en el generador. Para ello primero se fija un valor aproximado con el control grueso (botón derecho) y luego se hace un ajuste fino (botón izquierdo). En la fuente hay dos botones que regulan la intensidad. Esos botones **no** se deben tocar. Si ve que la fuente no es capaz de llegar a 8.0V consulte al profesor.
5. Empleando el voltímetro en la escala de 20V mida el voltaje en el conjunto de la asociación. Conéctelo a los puntos de entrada (1) y salida (20'), con el común (COM) conectado a 20', para medir la salida real de la fuente de tensión. Puede emplearse esta medida para ajustar los 8.0V de la fuente con dos cifras decimales.
6. Mida la corriente que entra en el circuito desde la fuente. Para ello, emplee el amperímetro en la escala de 200mA. Intercálo en el circuito justo antes de la entrada de la corriente en la base, es decir, la salida de la fuente va a la entrada del amperímetro y el común se conecta al nodo 1 de la base. Mida así la intensidad de corriente que sale del generador.
7. Retire el amperímetro y el voltímetro y reponga la conexión de la fuente al nodo 1.
8. Conecte el voltímetro en los nodos 2 y 3 (con el común en el 3) y el amperímetro sustituyendo al puente 8-9 (con el común en el 9). Mida así el voltaje en el resistor A y la intensidad de corriente que circula por él.
9. Retire el voltímetro y el amperímetro y reponga el puente 8-9.
10. Conecte el voltímetro en los nodos 2' y 3' (con el común en el 3') y el amperímetro sustituyendo al puente 8'-9' (con el común en el 9'). Mida así el voltaje en el resistor B y la intensidad de corriente que circula por él.
11. Repita el proceso para los resistores C y D.
12. Mida el voltaje en el resistor situado en la posición de E, conectando el voltímetro entre los nodos 4 y 20.
13. Mida también la intensidad de corriente que pasa por el resistor situado en la posición E. Para ello tendrá que sacar este resistor, conectar un cable desde el nodo 10 a una de las patas del resistor, un segundo cable desde la otra pata a la entrada del amperímetro y un cable que vaya de la salida común del amperímetro al nodo 16.

#### 4.2 Segunda versión (resistor de 10kΩ)

1. Repita todos los pasos del apartado anterior poniendo como resistor E el de 10kΩ.

#### 4.3 Tercera versión (resistor de 10Ω)

1. Repita todos los pasos del apartado anterior poniendo como resistor E el de 10Ω.

### 5. Análisis de los datos

Recuerde que para todas las cantidades que se piden en estos apartados hay que calcular también sus incertidumbres.

#### 5.1 Primera versión (resistor "E")

1. Para el montaje con el resistor E en la rama central calcule la resistencia equivalente de la asociación a partir de las medidas directas de voltajes e intensidades para la asociación completa. Es decir, las primeras dos medidas fueron la de la diferencia de potencial entre los nodos 1 y 20' y la intensidad de corriente que salen de la fuente. Dado que se cumple

$$R_{\text{eq}} = \frac{\Delta V}{I} \quad (15)$$

halle  $R_{\text{eq}}$  con su incertidumbre.

2. Halle la resistencia de cada uno de los 5 resistores, a partir de la medida del voltaje y la intensidad de corriente en cada uno.
3. De acuerdo con las leyes de Kirchhoff y teniendo en cuenta la polaridad de cada medida, deben cumplirse las relaciones
  - a.  $I_A - I_B - I_E = 0$
  - b.  $I_C + I_E - I_D = 0$
  - c.  $\Delta V_A + \Delta V_E - \Delta V_C = 0$
  - d.  $\Delta V_B + \Delta V_D - \Delta V_E = 0$

Calcule estas cuatro cantidades.

### 5.2 Segunda versión (resistor de 10 kΩ)

1. Para el sistema con el resistor de 10 kΩ en la rama central, calcule el valor de su resistencia mediante la ley de Ohm.
2. Para este montaje, calcule experimentalmente el valor de la resistencia equivalente de la asociación.
3. Para este mismo montaje, la resistencia equivalente puede aproximarse como si hubiera un circuito abierto en la rama central (figura 1.a). Calcule la resistencia equivalente combinando las fórmulas para asociaciones en serie y en paralelo. Para ello:
  - a. Calcule la resistencia de la asociación en serie AB empleando la ecuación (10).
  - b. Calcule la resistencia de la asociación en serie CD empleando la ecuación (10).
  - c. Halle la resistencia de la asociación en paralelo de AB con la de CD, empleando la ecuación (13).
4. Calcule la fracción entre el voltaje en el resistor C y el total de la asociación.
5. De acuerdo con la ecuación (12), la fracción del apartado anterior equivale a

$$\frac{\Delta V_C}{\Delta V_{\text{total}}} = \frac{R_C}{R_C + R_D} \quad (16)$$

Calcule la fracción del segundo miembro.

6. Calcule las mismas 4 cantidades del apartado 3 de la sección 5.1 para esta serie de medidas.

### 5.3 Tercera versión (resistor de 10Ω)

1. Para el montaje con la resistencia de 10Ω en la rama central calcule la resistencia equivalente de la asociación a partir de las medidas directas de voltajes e intensidades para la asociación completa.
2. Halle la resistencia de cada uno de los 5 resistores, a partir de la medida del voltaje y la intensidad de corriente en cada uno.
3. Para este mismo montaje, la resistencia equivalente puede aproximarse como si hubiera un cortocircuito en la rama central (figura 1.b). Calcule la resistencia equivalente combinando las fórmulas para asociaciones en serie y en paralelo. Para ello:
  - a. Calcule la resistencia de la asociación en paralelo AC empleando la ecuación (13).
  - b. Calcule la resistencia de la asociación en paralelo BD empleando la ecuación (13).
  - c. Halle la resistencia de la asociación en serie de AC con la de BD, empleando la ecuación (10).
4. Calcule la fracción entre la intensidad que circula por el resistor C y la total de la asociación.
5. De acuerdo con la ecuación (14), la fracción del apartado anterior equivale a

$$\frac{I_C}{I_{\text{total}}} = \frac{R_A}{R_A + R_C} \quad (17)$$

Calcule la fracción del segundo miembro.

6. Calcule las mismas 4 cantidades del apartado 3 de la sección 5.1 para esta serie de medidas.

## 6. Cuestiones relativas a la realización de la práctica

1. Para el sistema de dos mallas con la resistencia central de  $10\text{k}\Omega$ , ¿puede decirse que el valor de la resistencia equivalente a la asociación coincide con el calculado a partir de la combinación de asociaciones en serie y paralelo? Justifique numéricamente la respuesta.
2. Para el sistema de dos mallas con la resistencia central de  $10\Omega$ , ¿puede decirse que el valor de la resistencia equivalente a la asociación coincide con el calculado a partir de la combinación de asociaciones en serie y paralelo? Justifique numéricamente la respuesta.
3. Cuando se emplea el resistor etiquetado como E, ¿es la resistencia equivalente mayor o menor que las dos anteriores?