

Sesión de cálculo de errores

Dpto. Física Aplicada III

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

- Disponibles en la página web de prácticas
- Estructura
 - Objetivo de la práctica
 - Fundamento teórico
 - Descripción del instrumental
 - Toma de datos
 - Análisis de los datos
 - Cálculos y gráficas
 - Cuestiones



Práctica 4: LEY DE HOOKE

1 Objeto de la práctica

En esta práctica se determinará la constante elástica de un muelle utilizándose dos procedimientos. El primero consiste en medir la elongación del muelle en equilibrio estático para distintas masas que cuelgan del mismo en presencia del campo gravitatorio terrestre. El segundo procedimiento se basa en la medición del periodo de las oscilaciones verticales de una masa fija al extremo del muelle.

2 Fundamento teórico

2.1 Ley de Hooke

Considérese la situación de la figura. Un muelle ideal de longitud natural l_0 se encuentra en el eje OX , manteniendo uno de sus extremos fijo al origen de coordenadas, y el otro en contacto con un objeto puntual P de masa m . La fuerza que actúa sobre P viene dada por la Ley de Hooke:

$$\vec{F}_e = -k(l - l_0)\vec{\tau} \quad (1)$$

donde la constante k recibe el nombre de constante elástica o recuperadora y l es la longitud del muelle en un instante dado. A la diferencia $l - l_0$ se la denomina *elongación* del muelle.



2.2 Movimiento armónico simple

Un punto realiza un movimiento armónico simple (m.a.s.) en el eje OX , alrededor de una posición de equilibrio x_{eq} , cuando la relación entre la posición y el tiempo se puede expresar de la forma:

$$x(t) = x_{eq} + A \cos(\omega t + \phi) \quad (2)$$

donde A , ω y ϕ son constantes (A y ω se definen positivas). La constante A recibe el nombre de *amplitud* del m.a.s., estando x comprendida entre $(x_{eq} - A)$ y $(x_{eq} + A)$. La constante ω se denomina *frecuencia angular*. ϕ es la *constante de fase* y nos da el estado de oscilación en el instante inicial $t = 0$.


Una partícula que sigue esta ecuación describe un movimiento periódico, cuyo periodo T lo da el que la fase varíe en 2π . De aquí $T = 2\pi/\omega$

Derivando dos veces respecto al tiempo y utilizando (2) se obtiene


$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2(x - x_{eq}) \quad (3)$$

Esta ecuación se denomina *ecuación diferencial del m.a.s.*, y representa la relación que liga a la posición y la aceleración en el movimiento armónico simple: la aceleración es proporcional y opuesta a la diferencia $x - x_{eq}$. Sus soluciones, es decir, aquellas funciones $x(t)$ que la verifican, son todos los m.a.s. de frecuencia angular ω alrededor de x_{eq} , los cuales vienen dados por (2).

- Alumnos que hacen la práctica, grupo de prácticas, fecha de realización y entrega
- Toma de datos
 - Casillas blancas
- Análisis de los datos y cálculos
 - Casillas sombreadas
- La memoria de prácticas consiste en
 - Ficha sellada con datos experimentales y cálculos (con unidades y error)
 - Gráficas
 - Cuestiones respondidas



Departamento de Física Aplicada III
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Prácticas de Física I



Práctica 4: Ley de Hooke

GRADO		ALUMNO(S) QUE REALIZARON LA PRÁCTICA	GRUPO
FECHA DE REALIZACIÓN			
FECHA DE ENTREGA			

Revisión de inventario

- Un muelle
- Un conjunto de masas
- Una regla
- Un cronómetro

Método estático: determinación constante del muelle

Longitud natural $l_0 =$

Datos		Recta de mejor ajuste
m	l	$l = A + B m$
		$A =$
		$B =$
		$r =$
		Constante del muelle
		$k =$

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

- Una medida experimental consta de tres elementos

- Valor numérico
- Unidad
- Error (o incertidumbre):
 - Precisión del aparato



- Ejemplo: medida de intervalo de tiempo con un cronómetro

- Valor numérico → 20.69
- Unidad → s
- Error (o incertidumbre) → 0.01

Medida: 20.69 ± 0.01 s

- Usamos el sistema internacional
 - $m, s, kg, N, A, C, V, \Omega, etc$
- Pueden usarse los prefijos para expresar las magnitudes de forma más cómoda, pero de manera razonable
 - $ms, g, cm....$ **SÍ**
 - $mg/ms, mN/mm....$ **NO**
- **TODAS LAS CANTIDADES CON DIMENSIONES DEBEN IR ACOMPAÑADAS DE SUS UNIDADES**
- **HAY QUE APUNTAR LAS UNIDADES CUANDO SE TOMAN LAS MEDIDAS**

- El error relativo es el error absoluto dividido por la magnitud

- Se puede dar en %

$$t = 20.69 \pm 0.01 \text{ s}$$

- Error absoluto: 0.01 s

- Error relativo : $0.01/20.69 = 5 \times 10^{-4} = 0.05\%$

- Las unidades del error absoluto deben ser iguales a las de la medida

- El error relativo no tiene unidades

- El error absoluto se representa con E, el relativo con ε

$$E_t = 0.01 \text{ s}$$

$$\varepsilon_t = 0.05\%$$

- Los ceros a la derecha tienen significado

$$20.69 \text{ s} \neq 20.690 \text{ s}$$

- 20.69 s: la incertidumbre afecta a la centésima de segundo
- 20.690 s: la incertidumbre afecta a la milésima de segundo
- El número de cifras significativas no es el número de cifras decimales
 - 20.69 → 4 cifras significativas, 2 cifras decimales
- El número de cifras decimales puede variar cambiando la unidad, el de cifras significativas no

$$20.690 \text{ s} = 20690 \text{ ms}$$

3 decimales

0 decimales

Los dos tienen 5 cifras significativas

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

- Al hacer una medida, hay varias fuentes de incertidumbre
- Una forma de reducirla es hacer varias medidas de la magnitud

$t_1 (\pm 0.01s)$	$t_2 (\pm 0.01s)$	$t_3 (\pm 0.01s)$	$\langle t \rangle (s)$
1.96	1.98	1.98	1.973 ± 0.013
2.80	2.85	2.79	2.81 ± 0.04

- Se toma como valor de la magnitud el valor medio de las medidas
- ¿Como se calcula la incertidumbre?
- ¿Cuántas cifras significativas ponemos?

- Herramienta de hoja de cálculo

lineal.xls

- Disponible en la sección herramientas de enlace de prácticas
- Al introducir los valores en la columna x, proporciona el valor medio y su incertidumbre (error)

- La incertidumbre es proporcional a la desviación estándar del conjunto de datos

Recta de regresión lineal: $y=A+B x$

Datos		Parámetros de la recta	Estadística de x
x	y	Ordenada en el origen $A = 0$	Número de términos $S_x = 3$
1,96		Error de la ordenada $E_A = 0$	Media de x $\langle x \rangle = 1,9733333$
1,98		Pendiente $B = 0$	Varianza de x $V(x) = 8,889E-05$
		Error de la pendiente $E_B = 0$	Error de la media de x $E_{\langle x \rangle} = 0,0133333$
		Coefficiente de correlación $r = 0$	
		Extrapolaciones	Estadística de y
		Valor de la abcisa $x_0 =$	Número de términos $S_y = 0$
		y extrapolado $y = A+B x_0 = 0$	Media de y $\langle y \rangle = 0$
		Error de y $E_y = 0$	Varianza de y $V(y) = 0$
		Covarianza de x e y $S_{xy} = 0$	Error de la media de y $E_{\langle y \rangle} = 0$

$$\begin{array}{l} \langle t \rangle = 1.9733333 \pm 0.0133333 \text{ s} \\ \langle t \rangle = 2.8133333 \pm 0.0371184 \text{ s} \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \langle t \rangle = 1.973 \pm 0.013 \text{ s} \\ \langle t \rangle = 2.81 \pm 0.04 \text{ s} \end{array}$$

- Primero se ajusta el número de cifras significativas de la incertidumbre absoluta, redondeando

- Si las dos primeras cifras significativas son igual o menores que 25, se guardan dos cifras significativas

$$0.0\boxed{13}3333 \rightarrow 0.013$$

- Si las dos primeras son mayores que 25 se guarda una cifra significativa

$$0.0\boxed{37}1184 \rightarrow 0.0\boxed{37} \rightarrow 0.04$$

- Si la cifra anterior a la última que se guarda es igual o mayor que 5, se redondea a la cifra superior

$$\begin{aligned} \langle t \rangle &= 1.9733333 \pm 0.0133333 \text{ s} & \longrightarrow & \langle t \rangle = 1.973 \pm 0.013 \text{ s} \\ \langle t \rangle &= 2.8133333 \pm 0.0371184 \text{ s} & & \langle t \rangle = 2.81 \pm 0.04 \text{ s} \end{aligned}$$

- Una vez ajustadas las cifras significativas del error, se ajusta el número de decimales de la medida

$$\begin{array}{c|c} 0.013 & \\ \hline 1.9733333 & \end{array} \longrightarrow 1.973$$

$$\begin{array}{c|c} 0.04 & \\ \hline 2.8133333 & \end{array} \longrightarrow 2.81$$

- Si la incertidumbre estadística es menor que la del aparato de medida, se pone la del aparato

$t_1 (\pm 0.01\text{s})$	$t_2 (\pm 0.01\text{s})$	$t_3 (\pm 0.01\text{s})$	$\langle t \rangle (\text{s})$
1.96	1.96	1.96	1.96 ± 0.01

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

- Queremos calcular una magnitud operando con otra magnitud que tiene incertidumbre

$$x \pm E_x \rightarrow f(x) \pm E_{f(x)}$$

- El error absoluto se calcula con la derivada

$$E_{f(x)} = \left| \frac{df}{dx} \right| E_x$$

- Hay que derivar respecto a la variable que esté afectada de error

$$\begin{array}{l} t = 1.973 \pm 0.013 \text{ s} \\ f(t) = t^2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow E_{t^2} = 2t E_t = 0.0513 \text{ s}^2 \rightarrow 0.05 \text{ s}^2 \\ t^2 = 3.892729 \text{ s}^2 \rightarrow 3.89 \text{ s}^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} L = 2.43 \pm 0.12 \text{ mm} \\ f(L) = 1/L \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow E_{1/L} = E_L/L^2 = 0.0203 \text{ mm}^{-1} \rightarrow 0.020 \text{ mm}^{-1} \\ 1/L = 0.41152 \text{ mm}^{-1} \rightarrow 0.412 \text{ mm}^{-1} \end{array} \right.$$

- Puede ocurrir que haya varias magnitudes con incertidumbre

$$\left. \begin{array}{l} x \pm E_x \\ y \pm E_y \end{array} \right| \rightarrow f(x, y) \pm E_{f(x)}$$

- El error absoluto se calcula con esta expresión

$$E_{f(x)} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 E_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 E_y^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ m = 124 \pm 12 \text{ g} \\ k = 1.00 \pm 0.10 \text{ N/m} \end{array} \right| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_T = \sqrt{\frac{\pi^2}{mk} E_m^2 + \frac{\pi^2 m}{k^3} E_k^2} \\ = 0.1539 \text{ s} \rightarrow 0.15 \text{ s} \\ T = 0.7779 \text{ s} \rightarrow 0.78 \text{ s} \end{array} \right.$$

$$T = 0.78 \pm 0.15 \text{ s}$$

- Cuando la función incluye multiplicaciones y/o divisiones puede usarse un truco

$$\left. \begin{array}{l} a \pm E_a \\ b \pm E_b \\ c \pm E_c \end{array} \right| \rightarrow f(a, b, c) \pm E_f \quad f(a, b, c) = \frac{a b}{c}$$

- Primero se calculan los errores relativos

$$\varepsilon_a = \frac{E_a}{a} \quad \varepsilon_b = \frac{E_b}{b} \quad \varepsilon_c = \frac{E_c}{c}$$

- Se calcula el valor relativo de f

$$\varepsilon_f = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2 + \varepsilon_c^2}$$

- Se calcula el valor de f

$$f = \frac{a b}{c}$$

- Se calcula el valor de la incertidumbre de f

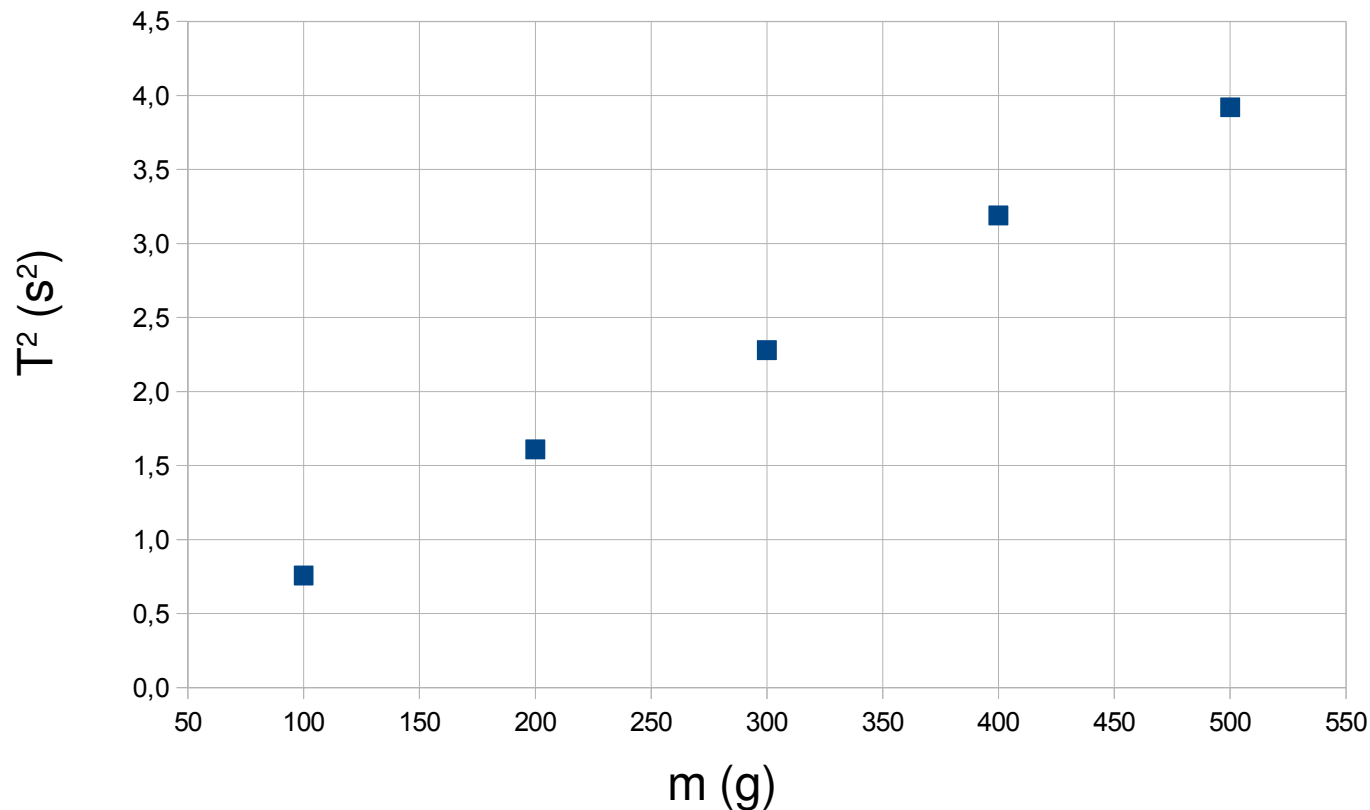
$$E_f = f \varepsilon_f$$

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

- Permite verificar la dependencia lineal de dos variables

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$$

m (±1 g)	T (±0.01 s)
100	0.87
200	1.27
300	1.51
400	1.78
500	1.98



m (±1g)	T ² (s ²)
100	0.757 ± 0.017
200	1.61 ± 0.03
300	2.28 ± 0.03
400	3.17 ± 0.04
500	3.92 ± 0.04

- Calculamos la recta de regresión con la aplicación

$$T^2 = a + b m$$

Datos		Parámetros de la recta	Estadística de x
x	y	Ordenada en el origen $a = -0,0184$	Número de términos $S_x = 5$
100	0,757	Error de la ordenada $E_a = 0,11175664$	Media de x $\langle x \rangle = 300$
200	1,61		
300	2,28	Pendiente $b = 0,007886$	Varianza de x $V(x) = 20000$
400	3,17		
500	3,92	Error de la pendiente $E_b = 0,000337$	Error de la media de x $E_{\langle x \rangle} = 141,42136$
		Coefficiente de correlación $r = 0,999316047$	
		Extrapolaciones	Estadística de y
		Valor de la abcisa $x_0 =$	Número de términos $S_y = 5$
		y extrapolado	Media de y $\langle y \rangle = 2,3474$
		$y = a + b x_0 = -0,0184$	Varianza de y $V(y) = 1,2454830$
		Error de y $E_y = 0,11175664$	Error de la media de y $E_{\langle y \rangle} = 1,1160121$
		Covarianza de x e y $S_{xy} = 157,72$	

$$E_a = 0.11118 \text{ s}^2 \rightarrow 0.11 \text{ s}^2$$

$$a = -0.0184 \text{ s}^2 \rightarrow -0.02 \text{ s}^2$$

$$E_b = 0.000337 \text{ s}^2/\text{g} \rightarrow 0.0003 \text{ s}^2/\text{g}$$

$$b = 0.007886 \text{ s}^2/\text{g} \rightarrow 0.0079 \text{ s}^2/\text{g}$$

$$a = -0.02 \pm 0.11 \text{ s}^2$$

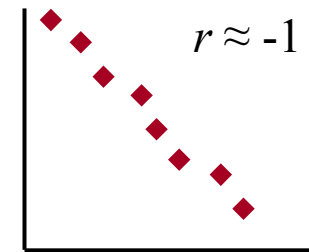
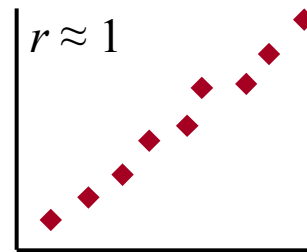
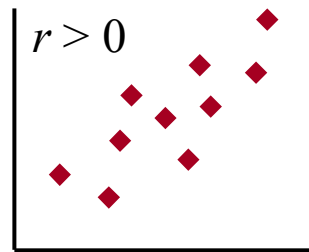
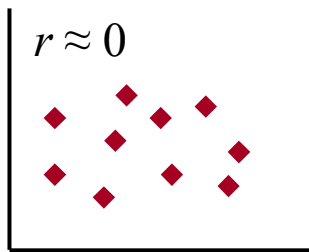
$$b = 7.9 \pm 0.3 \text{ s}^2/\text{kg}$$

$$r = 0.9993$$

- Las unidades de a y b deben ser tales que la ecuación de la recta sea dimensionalmente coherente
- ¿Que es r?

- r es el coeficiente de correlación lineal (o coeficiente de regresión)

- Indica la calidad del ajuste



- $|r| \leq 1$
- No tiene unidades
- No tiene error
- Se escribe hasta la primera cifra distinta de 9, sin redondear

Ejemplos	$r = 0.999678$ \longrightarrow $r = 0.9996$
$r = -0.99128$ \longrightarrow $r = -0.991$	$r = 1.099678$ \longrightarrow ERRÓNEO

- Comparando la ecuación calculada de la recta con la ley teórica se pueden calcular parámetros físicos

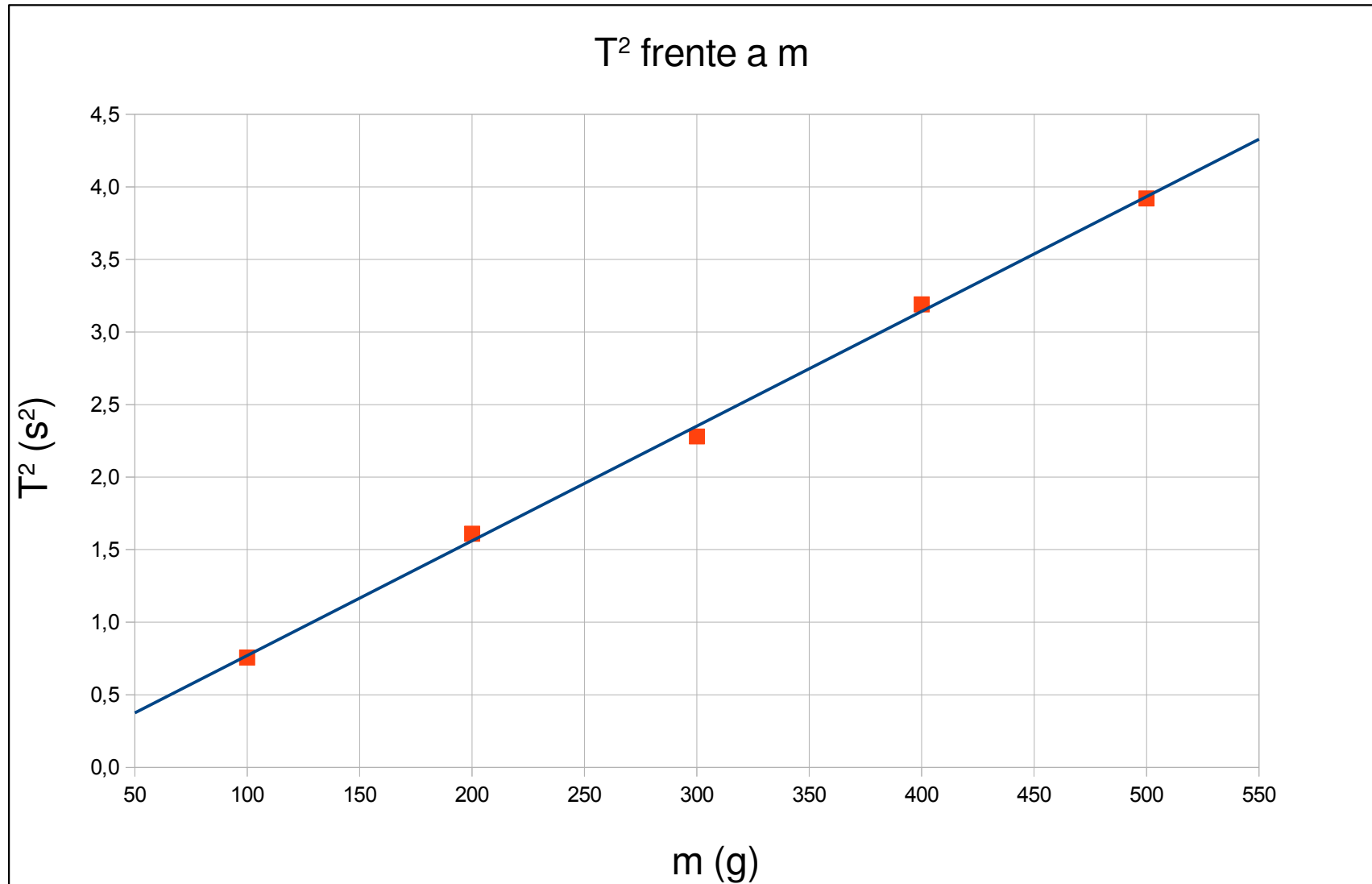
$$\begin{array}{l}
 T^2 = \boxed{a} + \boxed{\frac{b}{k}} m \\
 T^2 = \boxed{} + \boxed{\frac{4\pi^2}{k}} m
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 a \simeq 0 \\
 b = \frac{4\pi^2}{k}
 \end{array}
 \Rightarrow
 k = \frac{4\pi^2}{b}$$

- Podemos determinar el valor de la constante elástica del muelle

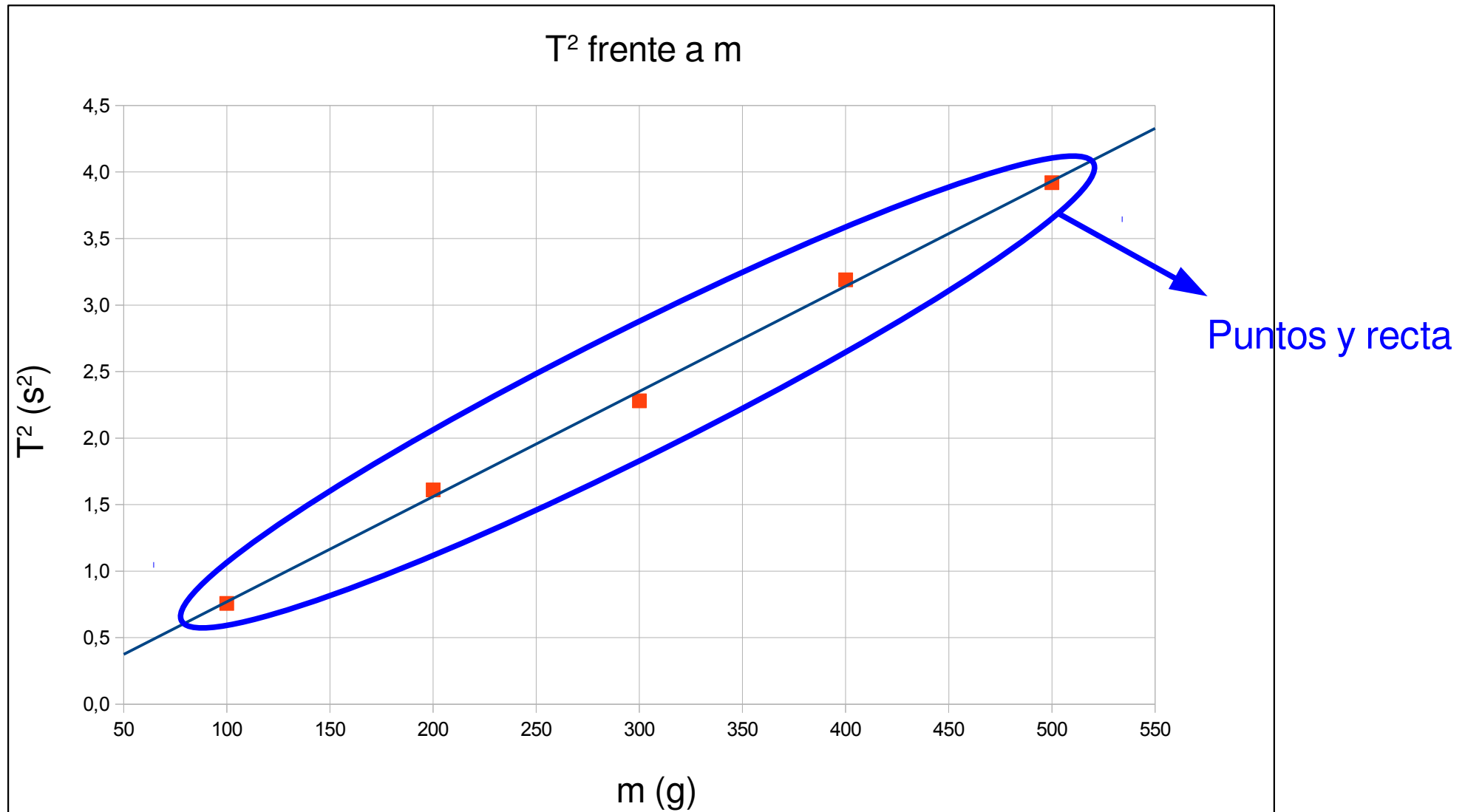
$$\begin{array}{l}
 b = 7.9 \pm 0.3 \text{ s}^2/\text{kg} \\
 k = \frac{4\pi^2}{b} \\
 E_k = \left| \frac{dk}{db} \right| E_b = \frac{4\pi^2}{b^2} E_b
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 E_k = 0.\boxed{18}977 \text{ kg/s}^2 \rightarrow 0.19 \text{ kg/s}^2 \\
 k = 4.99\boxed{7} \text{ kg/s}^2 \rightarrow 5.00 \text{ kg/s}^2 \\
 k = 5.00 \pm 0.19 \text{ kg/s}^2 \\
 \boxed{k = 5.00 \pm 0.19 \text{ N/m}}
 \end{array}$$

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

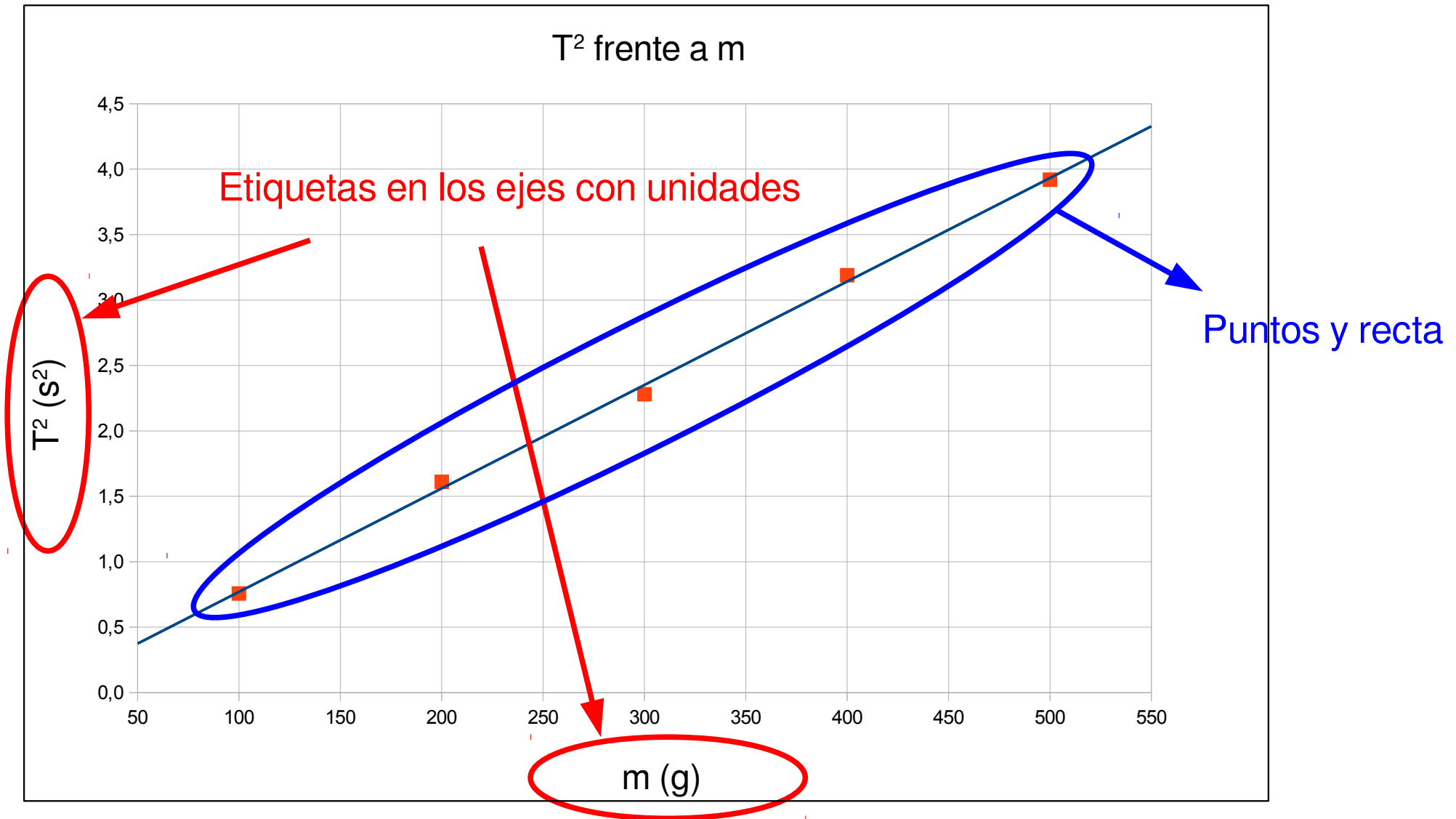
- Todo ajuste de mínimos cuadrados implica una gráfica



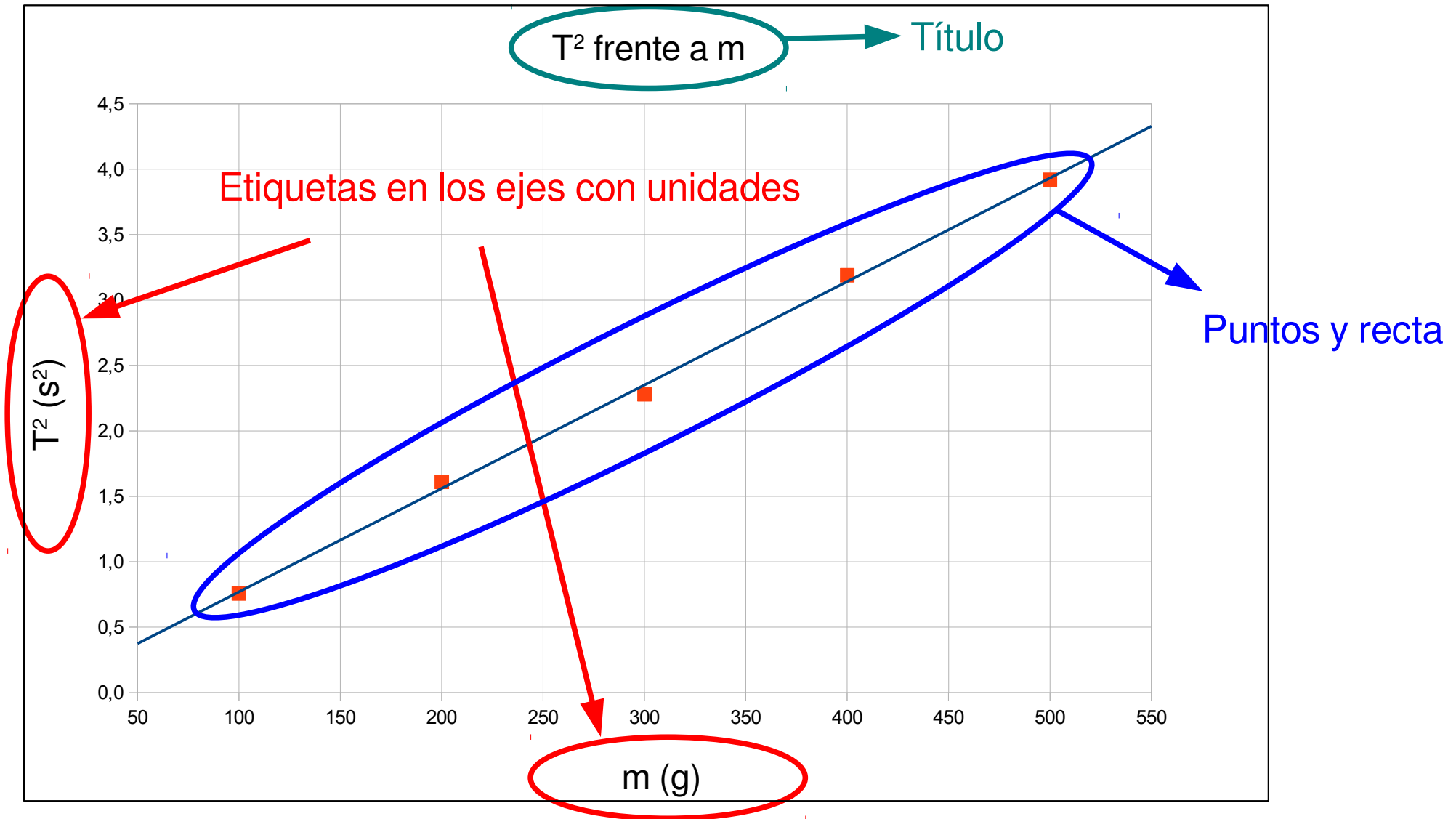
- Todo ajuste de mínimos cuadrados implica una gráfica



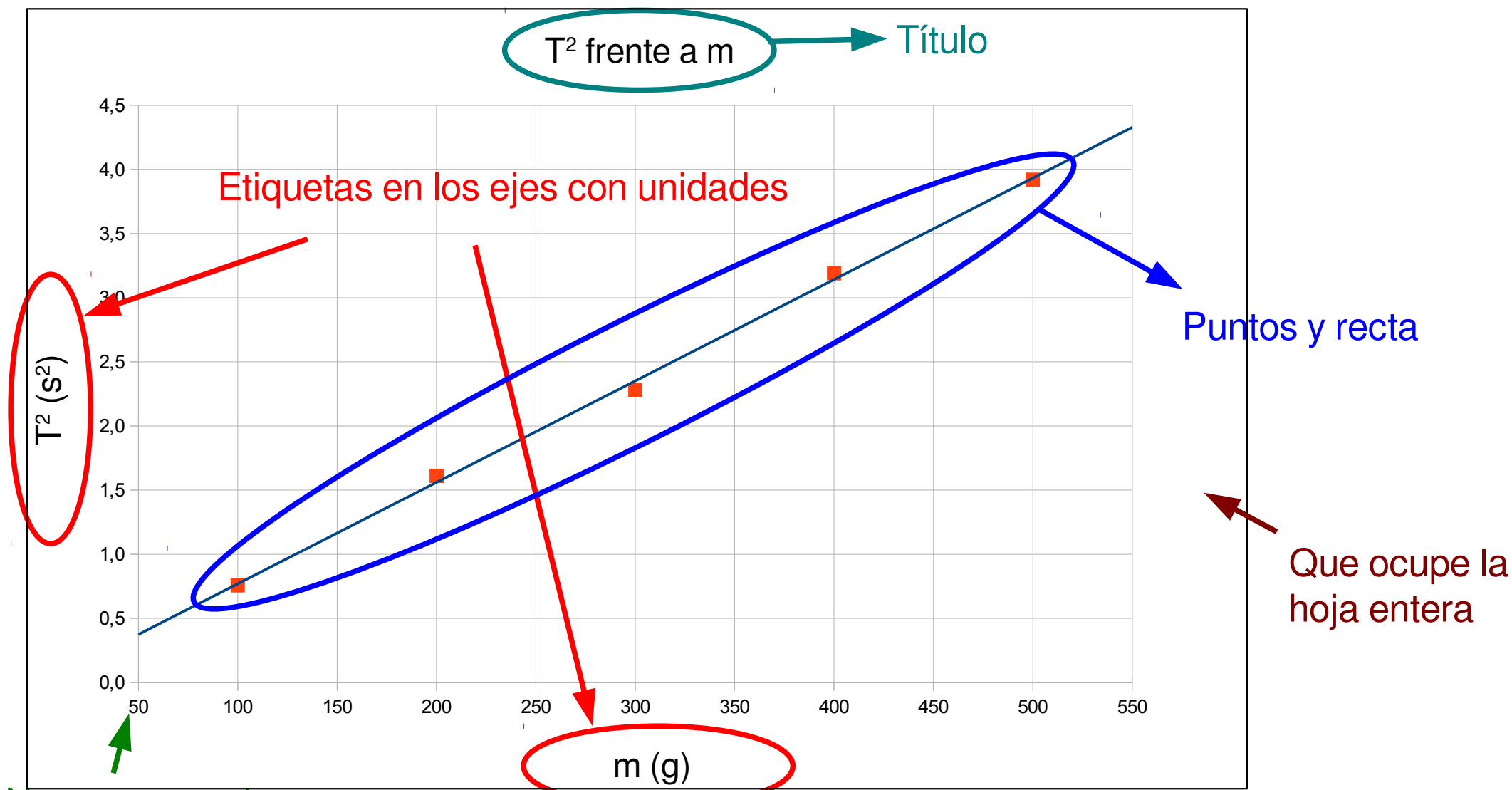
- Todo ajuste de mínimos cuadrados implica una gráfica



- Todo ajuste de mínimos cuadrados implica una gráfica



- Todo ajuste de mínimos cuadrados implica una gráfica



No es necesario
incluir el cero

- Boletines y fichas
- Toma de datos
 - Unidades
 - Errores de medida
 - Cifras significativas
- Análisis de los datos
 - Promedios
 - Magnitudes derivadas
 - Rectas de regresión
 - Gráficas
 - Rectas potenciales

- ¿Que ocurre si no se sabe a priori la dependencia teórica?

- Postulamos una dependencia potencial

$$T = A m^\alpha$$

- Tomamos logaritmos

$$\ln T = \ln A + \alpha \ln m$$

- Ajustamos una recta de regresión para $\ln T$ frente a $\ln m$

$$\begin{array}{l} \ln T = \boxed{\ln A} + \boxed{\alpha} \ln m \\ \ln T = \boxed{a} + \boxed{b} \ln m \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \alpha = b \\ A = e^a \end{array}$$

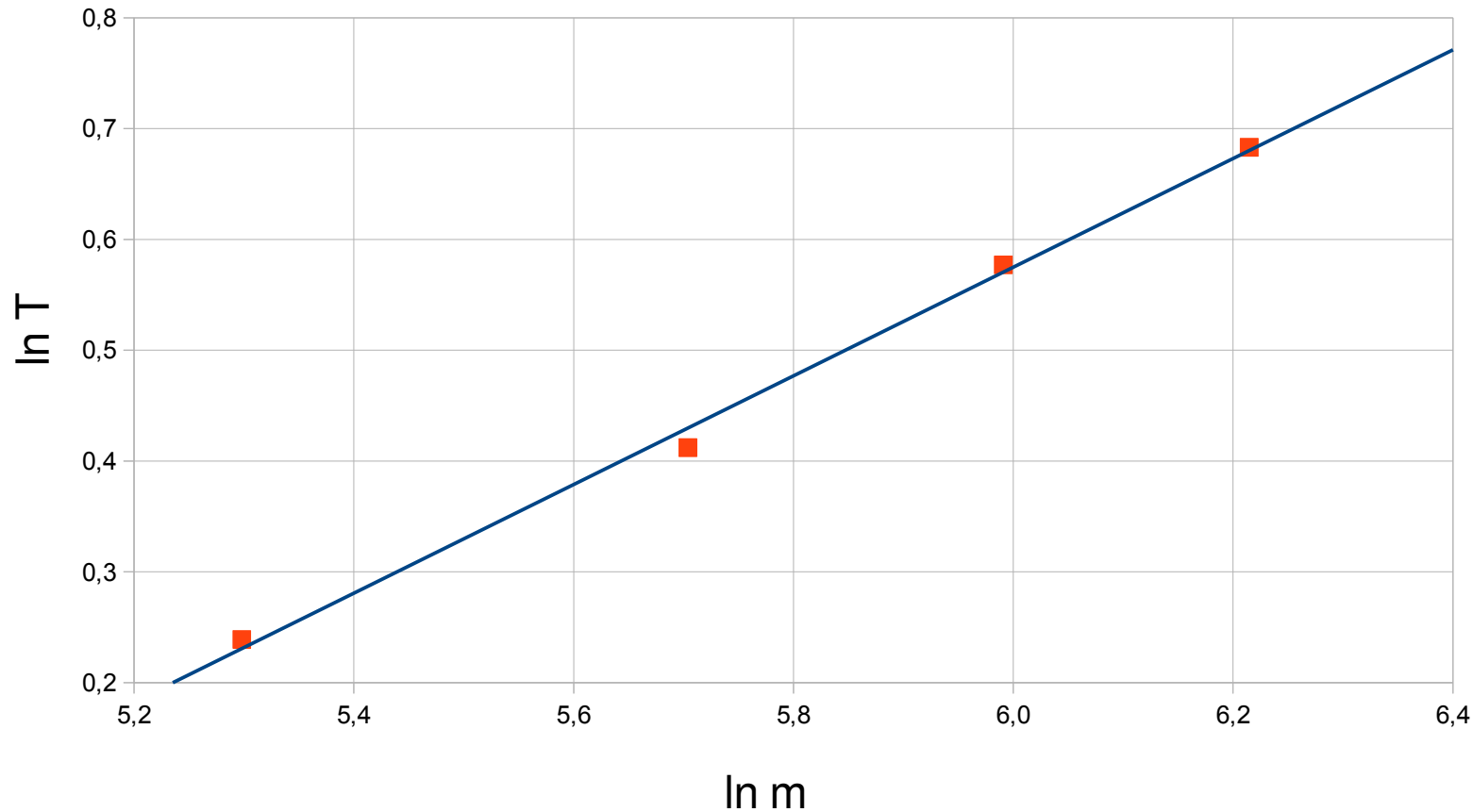
- Los logaritmos no tienen unidades

m (±1 g)	T (±0.01 s)
100	0.87
200	1.27
300	1.51
400	1.78
500	1.98

$\ln m$	$\ln T$
4.605 ± 0.010	-0.139 ± 0.011
5.298 ± 0.005	0.239 ± 0.008
5.704 ± 0.003	0.412 ± 0.007
5.991 ± 0.003	0.577 ± 0.006
6.2146 ± 0.0020	0.683 ± 0.005

- Cálculo del exponente

$$T = A m^\alpha$$

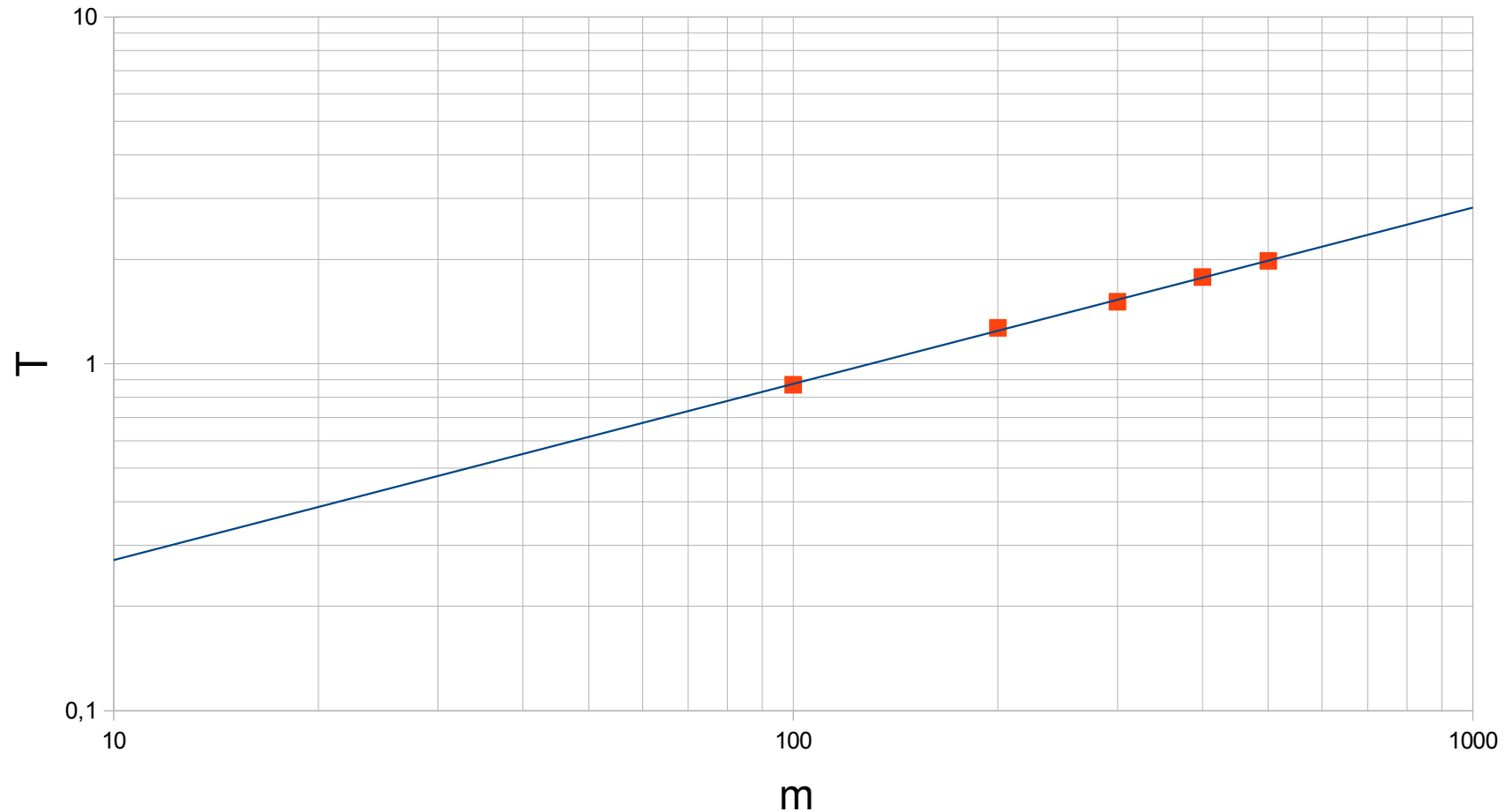


$$b = 0.508 \pm 0.023$$

$$\alpha = 0.508 \pm 0.023$$

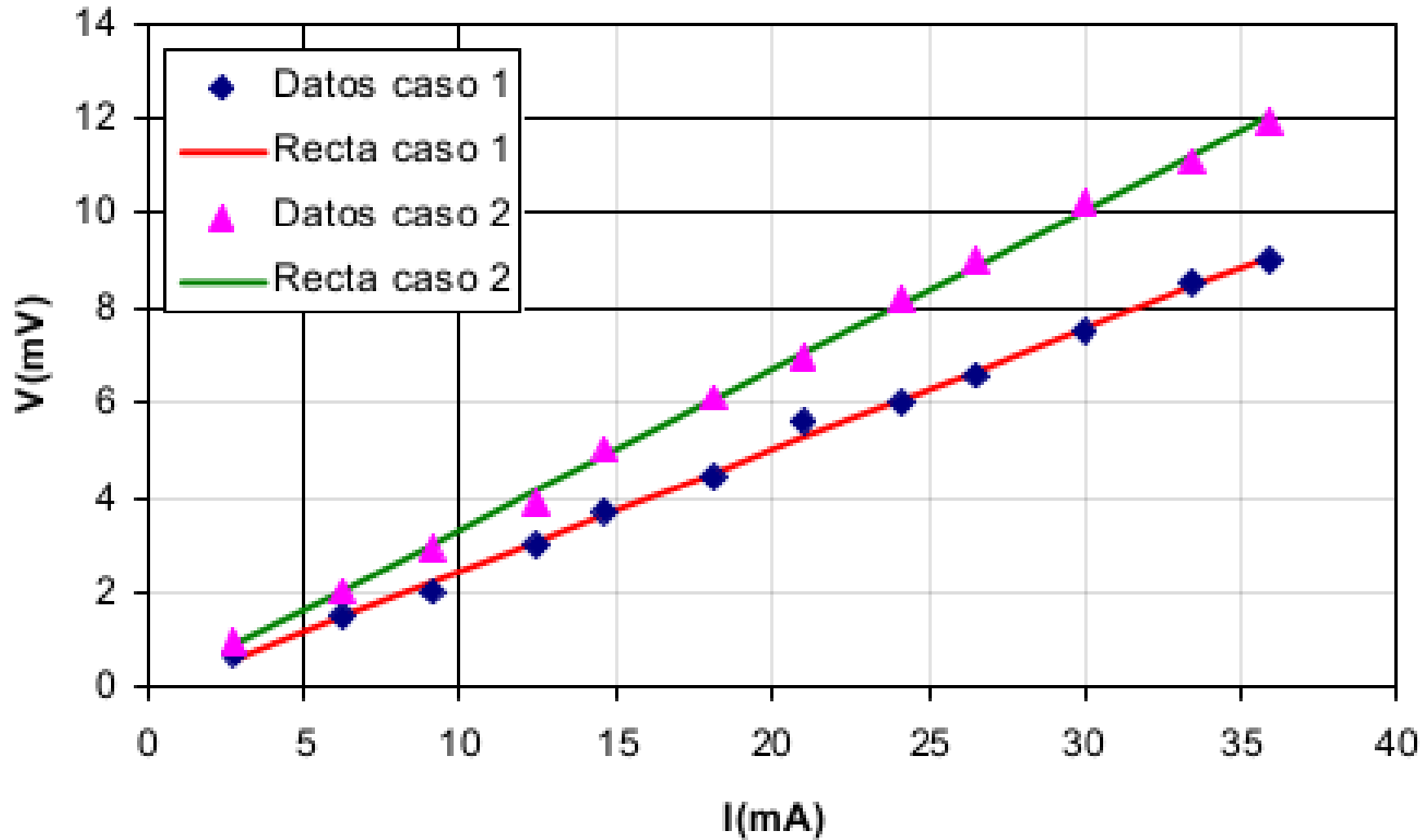
$$\alpha_{\text{teo}} = 0.5$$

- La gráfica puede hacerse en escala logarítmica



- En este caso se representa T frente a m
- Los logarimos de la gráfica son decimales

V frente a I



- UNIDADES, UNIDADES, UNIDADES
- TODAS las magnitudes tienen INCERTIDUMBRE(error), salvo que se indique lo contrario
- Cálculo de incertidumbres

- Toma directa de una medida → Precisión del aparato
- Promedio → Desviación estándar (aplicación)
- Magnitudes derivadas → Una magnitud con error: derivada

Varias magnitudes con error: deriv. parcial

- Ajuste de cifras significativas
 - Primero se ajustan las cifras del error (regla del 25)
 - Despues se ajusta el número de decimales de la magnitud

- Rectas de regresión
 - Verificación de una dependencia lineal
 - Cálculo de los parámetros de la recta
 - Ordenada en el origen y pendiente: errores y UNIDADES
 - Coeficiente de regresión: ¿los puntos siguen de verdad una recta?
 - Cálculos a partir de la recta
 - Comparar la recta con el modelo teórico
 - Regresión potencial
 - Se representan los logaritmos para encontrar leyes potenciales

- Gráficas
 - Título
 - Etiquetas en los ejes (con UNIDADES si hay)
 - Grandes (incluir el cero en los ejes no es necesario)
 - Todo análisis de regresión implica una gráfica (puntos + recta)
 - Se hacen con ordenador y se adjunta una copia impresa

Ejemplos de reglas de redondeo

1. Se escriben la cantidad y su error con todas sus cifras:

$$I = 2.30408415 \pm 0.002156 \text{ A}$$

$$I = 2.30408415 \pm 0.03674 \text{ A}$$

$$I = 2.30408415 \pm 0.2036 \text{ A}$$

$$I = 2.30408415 \pm 2.87 \text{ A}$$

$$I = 2.30408415 \pm 234 \text{ A}$$








$$I = 2.30408415 \pm 0.00962 \text{ A}$$

$$I = 2.30408415 \pm 0.257 \text{ A}$$

Ejemplos de reglas de redondeo

1. Se examinan las dos primeras cifras del error:
¿Son ≤ 25 ?

- **Si:** se retienen ambas y se redondea
- **No:** se retiene la primera y se redondea

$I = 2.30408415 \pm 0.002156 \text{ A}$		0.0022 A
$I = 2.30408415 \pm 0.03674 \text{ A}$		0.04 A
$I = 2.30408415 \pm 0.2036 \text{ A}$		0.20 A
$I = 2.30408415 \pm 2.87 \text{ A}$		3 A
$I = 2.30408415 \pm 234 \text{ A}$		230 A
$I = 2.30408415 \pm 0.00962 \text{ A}$		0.010 A
$I = 2.30408415 \pm 0.257 \text{ A}$		0.3 A

Ejemplos de reglas de redondeo

1. Se toman las cifras significativas que marca el error y se redondea

$$I = \underline{2.30408415} \pm 0.0022 \text{ A}$$



$$I = 2.3041 \pm 0.0022 \text{ A}$$

$$I = \underline{2.30408415} \pm 0.04 \text{ A}$$



$$I = 2.30 \pm 0.04 \text{ A}$$

$$I = \underline{2.30408415} \pm 0.20 \text{ A}$$



$$I = 2.30 \pm 0.20 \text{ A}$$

$$I = \underline{2.30408415} \pm 3 \text{ A}$$



$$I = 2 \pm 3 \text{ A}$$

$$I = \underline{002.30408415} \pm 230 \text{ A}$$



$$I = 0 \pm 230 \text{ A}$$

$$I = \underline{2.30408415} \pm 0.010 \text{ A}$$



$$I = 2.304 \pm 0.010 \text{ A}$$

$$I = \underline{2.30408415} \pm 0.3 \text{ A}$$



$$I = 2.3 \pm 0.3 \text{ A}$$

Ejemplos de reglas de redondeo

4. Resumiendo...

$I = 2.30408415 \pm 0.002156\text{A}$	$I = 2.3041 \pm 0.0022\text{A}$	$I = 2.3041(22)\text{A}$
$I = 2.30408415 \pm 0.03674\text{A}$	$I = 2.30 \pm 0.04\text{A}$	$I = 2.30(4)\text{A}$
$I = 2.30408415 \pm 0.2036\text{A}$	$I = 2.3 \pm 0.2\text{A}$	$I = 2.3(2)\text{A}$
$I = 2.30408415 \pm 2.87\text{A}$	$I = 2 \pm 3\text{A}$	$I = 2(3)\text{A}$
$I = 2.30408415 \pm 234\text{A}$	$I = 0 \pm 230\text{A}$	$I = 0(230)\text{A}$
$I = 2.30408415 \pm 0.00962\text{A}$	$I = 2.304 \pm 0.010\text{A}$	$I = 2.304(10)\text{A}$
$I = 2.30408415 \pm 0.257\text{A}$	$I = 2.3 \pm 0.3\text{A}$	$I = 2.3(3)\text{A}$